$F_Z = F_G \; (= F_C)$ $\qquad \frac{mv^2}{r} = mg$

EES oder Impulserhaltung

$pV = \overset{\text{mol}}{n}RT = \overset{\#\text{Teilchen}}{N}k_B T \qquad U = nC_vT$

$E^2 = mc^4 + p^2c^2$ mit m = Ruhemasse, $p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c}}} \Longleftarrow$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v\cos(\alpha) \\ v\sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

Federkonst: $F = -ks$

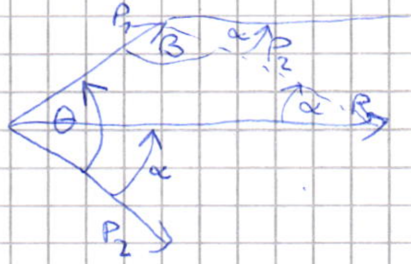
$k = \frac{F}{s}$

$$h(t) = v_0 t \sin(\alpha) - \frac{gt^2}{2}$$

Serie 5, 3. : Relativistische Kollision mit $m_1 = m_2$

Vor Kollision gilt $E_{kin_1} = E_0$ Nachher $E'_{kin_1} = E'_{kin_2} = E_0/2$

Impulsrechnung: erst hilft $\vec{v}$ in x und y aufzuteilen



a) Zeige dass gilt $\cos(\theta) = \frac{E_0}{E_0 + 4mc^2}$ in diesem Fall

$$\vec{P} = \vec{P_1} + \vec{P_2} \Rightarrow p^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2\cos(\beta)$$
$$= p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos(\theta)$$

Weil aus Überlegung mit α folgt $\beta = 180 - \theta \Rightarrow \cos(\beta) = -\cos(\theta)$

$$\Rightarrow \cos(\theta) = \frac{p^2 - (p_1^2 + p_2^2)}{2p_1p_2} \Rightarrow$$

Es gilt $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$

mit $p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ und somit $E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

m = Ruhemasse

$$E_{in} = mc^2 + E_0 \Leftarrow$$
$$E_1 = E_2 = mc^2 + \frac{E_0}{2}$$
$$\Downarrow$$
$$p^2c^2 = E^2 - m^2c^4 = (mc^2 + E_0)^2 - m^2c^4 = E_0^2 + 2E_0mc^2$$
$$p_1^2c^2 = p_2^2c^2 = E_1^2 - m^2c^4 = \left(mc^2 + \frac{E_0}{2}\right)^2 - m^2c^4 = \frac{E_0^2}{4} + E_0mc^2$$
$$\Rightarrow \cos(\theta) = \frac{\frac{1}{c^2}(E_0^2 + 2E_0mc^2) - 2\left(\frac{E_0^2}{4} + E_0mc^2\right)\cdot\frac{1}{c^2}}{\left(2p_1p_2 = 2p_1^2 \Rightarrow 2\frac{1}{c^2}\left(\frac{E_0^2}{4} + E_0mc^2\right)\right)}$$
$$= \frac{E_0^2 \cdot \frac{1}{2}}{2\left(\frac{E_0^2}{4} + E_0mc^2\right)} = \frac{E_0}{E_0 + 4mc^2}$$

b) Im nichtrelativistischen Fall ist $E_0 \ll mc^2 \Rightarrow \cos(\theta) \to 0$
Im relativistischen Fall ist $E_0 \gg mc^2$ und $\cos(\theta) \to 1$

$\theta \to \frac{\pi}{2}$

$\theta \to 0$

c) F = Impulsänderung $\Rightarrow F = \frac{dp}{dt}$

konstante Kraft $\Rightarrow p = Ft + p_0$ Es gilt $p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$$\Rightarrow Ft = p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \frac{Ft}{m} = \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \left(\frac{Ft}{m}\right)^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = v^2$$
$$\Rightarrow v = \left(\frac{F}{mc}tc\right) \Big/ \sqrt{1 + \left(\frac{F}{mc}\right)^2 t^2}$$

Es gilt wegen Ableitungsregeln & Kürzen: $v = c\frac{mc}{F}\frac{d}{dt}\left(\sqrt{1 + \left(\frac{F}{mc}\right)^2 t^2} + \text{const}\right)$

Und durch Integrieren erhält man das gesuchte

$$x(t) = c\frac{mc}{F}\left(\sqrt{1 + \left(\frac{F}{mc}\right)^2 t^2} - 1\right)$$

damit $x(0) = 0$

Raumzeitintervall $(\Delta s)^2$ invariant $= (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = \underbrace{(1 - \beta)}_{\frac{1}{\gamma^2}}(c\Delta t')^2$

$s = \frac{s'}{\gamma^2}$

Aufgabe: Weltraumaufzug

Seil fliegt senkrecht über Äquator, ist unzerreisbar mit linearer dichte ρ_ℓ Hängt an Sattelit

$$\Rightarrow F_G(\ell) = \int_R^{R+\ell} \frac{GM_E}{r^2}\rho_\ell \, dr$$

R ↑ Erdradius

Gesucht: Seillänge $\doteq$ Orbit des Sattheliten

$$F_G = \int \ldots = GM\rho_\ell \left|-\frac{1}{r}\right|_R^{R+\ell} = \frac{\rho_\ell GM\ell}{(R+\ell)R}$$

↑ Erdmasse

$$F_Z = \int_R^{R+\ell} \omega^2 r \rho_\ell \, dr = \frac{1}{2}\rho_\ell \omega |r^2|_R^{R+\ell} = \frac{1}{2}\rho_\ell \omega^2 (2R\ell + \ell^2)$$

$$\omega := \frac{2\pi}{24h}$$

$$F_G \doteq F_Z \Rightarrow R(2R+\ell)(R+\ell) = \frac{2GM}{\omega^2}$$

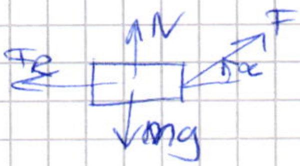
lösen nach ℓ

b) Wie gross ist die Entfernung eines geostationären Sattheliten?

$$F_Z = \omega^2 m r \doteq F_G = \frac{mGM}{r^2} \Rightarrow r^3 = \frac{GM}{\omega^2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 1\,day = 86400\,s \Rightarrow \omega = \quad \Rightarrow r = $$

Aufgabe: Reibung



$$\left| \begin{array}{l} N - mg + F\sin(\alpha) = 0 \\ F_R - F\cos(\alpha) = 0 \end{array} \right|$$

Gegeben: $F_R = 0.2|N| \Rightarrow F(\sin(\alpha) + 5\cos(\alpha)) = mg$

Aufgabe Electronenvolt: Es gilt $E_{kin} = E - mc^2$

Ein relativistisches teilchen aus Höhe 20 km fliegt mit $E = 1000\,MeV$

Ruhemasse beträgt $m_0 c^2 = 106\,MeV$

$1\,eV :=$ Energie um eine Elementarladung durch $1V$ beschleunigen
$\hat{=} 1.60 \cdot 10^{-19}$ J)

bestimme E_{kin}. $E_{kin} = E - mc^2 = 1000\,MeV - 106 = 1{,}43 \cdot 10^{10}$ Jahre

Relativistisch: $x = \gamma(x' + vt')$ $\quad t = \gamma(t' + \frac{vx'}{c^2})$ ← von Lorentz

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad \Delta t' = \frac{1}{\gamma}\Delta t = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,\Delta t \Rightarrow \quad t = 10\,J \to t' = 6\,Jahre$$

↑ bewegtes System

Zwei Flugzeuge, Zwei Systeme, Beobachtersystem: $v_1 = 1000\,m/s$ $(v_2 = 1500\,m/s)$

System wo das erste Flugzeug in Ruhe ist: $v_1' = 0$, $v_2' = 500\,m/s$

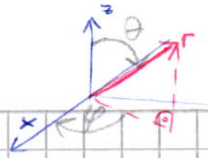
$$v_2 = \frac{x_2}{t} = \frac{\gamma(\;)}{\gamma(\;)} = \frac{\frac{x_2}{t'} + v_1}{1 + \frac{v_1 x_2'}{c^2 t'}} = \frac{v_2' + v_1}{1 + \frac{v_1 \cdot v_2'}{c^2}}$$

das ist $\frac{x_2}{t'}$

$$\beta = \frac{pc}{E_{tot}} = \frac{p}{mc} \neq 1$$

Kugelkoordinaten

$x = \sin\theta \cos\varphi \cdot r$
$y = \sin\theta \sin\varphi \cdot r$
$z = \cos\theta \cdot r$



Ellipse
$x(t) = a\cos(\varphi)$
$y(t) = b\sin(\varphi)$
$\varphi = \omega t$

$$\boxed{\beta = \frac{pc}{E_{tot}} = \frac{p}{mc}+1}$$

$E_{kin} = E - [mc^2] = (\gamma-1) mc^2$

$W = \int_a^b F(s)\,ds = F \cdot \Delta s$ falls F konstant

$E = \gamma m c^2$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$
$p = \gamma m v \Rightarrow \frac{v}{c} = \frac{pc}{E} = \beta$
$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$

Schiefer Wurf

$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix}$ $\quad y = x \cdot \tan(\alpha) - \frac{g}{2v_0^2\cos^2(\alpha)} x^2 \quad y_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha)}{2g}$

$x_{max} = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$

Elastischer Stoss

$F = 2\frac{mv}{t}$ wenn Sattelit auf Planet prallt
$\hat{m}$ stationär

$s(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0$

Rakete

$F_{Schub} = u \cdot \frac{dm}{dt}$ $\Rightarrow a = \frac{F_{Schub} - M_0 \cdot g}{M_0}$

m: Masse d. ausgestossenen Gase
u: konstante Ausstossgeschw. relativ zur Rakete
M: Masse d. Rakete inklusive Brennstoff

Gesucht: $v(t)$

$F_{tot} = F_{Schub} - M \cdot g = M \cdot a \quad$ a: Beschl. d. Rakete

$\boxed{\text{Fluchtgeschw } v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}}$

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{M}F_{Schub} - g = \frac{u}{M}\frac{dm}{dt} - g$

$v(t) - v(0) = \Delta v = \int_0^t \frac{dv}{dt'}dt' = \int_0^t a\,dt' = u\int_0^t \frac{1}{M(t')}\frac{dm}{dt'}dt' - \int_0^t g\,dt'$

1. Teil
$dm = -dM$ $\quad u\int_0^t \frac{1}{M(t')}\frac{dm}{dt'}dt' = -u\int_{M(0)}^{M(t)} \frac{dM}{M}$ mit $M(0) = M_0$ und $M(t) = M_0$

$= u \ln \frac{M_0}{M_0 - m(t)}$ $\quad // \ln(a) - \ln(b) = \ln(a \div b)$

// Fluchtgeschw. Erde
// $v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$

2. Teil
$g\int_0^t dt = gt \quad \Rightarrow \boxed{v(t) = u\ln\left(\frac{M_0}{M_0 - m(t)}\right) - gt}$

$\boxed{u = \frac{F_{Schub}}{dm/dt}}$

Gesucht: Verbrennungszeit t_v
$M_0 = 3 \cdot 10^3$ kg treibstoff $= 0.75\,M_0$ $\Rightarrow \boxed{t_v = \frac{0.75 M_0}{dm/dt}} = \frac{M_{Treib}}{dm/dt}$
dm/dt = Verbrennungsrate $14 \cdot 10^3$ kg/s

Beschleunigung $a = \frac{u}{M}\cdot\frac{dm}{dt} - g$ $\quad$ Anfangsbeschleunigung $a(0) = \frac{u}{M}\cdot\frac{dm}{dt} - g$

$a(t_v) = \frac{u}{M(t_v)}\cdot\frac{dm}{dt} - g$

Gesucht: Höhe über Boden wenn alles verbrannt

$h = \int_0^{t_v} v(t')dt' = u \cdot \int_0^{t_v} \ln\frac{M_0}{M_0 - m(t')}dt' - \frac{g}{2}t_v^2$

$m(t') = \frac{dm}{dt'}\cdot t'$, weil $\frac{dm}{dt'}$ konstant

$h = -u\int_0^{t_v} \ln\Big(1 - \underbrace{\frac{1}{M_0}\frac{dm}{dt'}}_{c}t'\Big)dt' - \frac{g}{2}t_v^2$

Mit $1 - ct' \stackrel{!}{=} x$ folgt $\frac{dx}{dt'} = -c \to dt' = -\frac{1}{c}dx$

$h = \frac{u}{c}\int_1^{1-ct_v} \ln x\,dx - \frac{g}{2}t_v^2$, $x > 0$ wegen einsetzen es folgt

$h = \frac{u}{c}\left[x\ln(x-1)\right]_1^{1-ct_v} - g\cdot\frac{t_v^2}{2}$
$= \frac{u}{c}\Big((1-ct_v)[\ln(1-ct_v) - 1]$
$- (\underbrace{\ln(1)}_{0} - 1)\Big) - \frac{g}{2}t_v^2$

$\Rightarrow \frac{u}{c}$ und $\frac{g}{2}t_v^2$ berechnen, einsetzen

$\Rightarrow \underline{h}$

Impulserhaltung

S. 159

elastisch: $v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$
für v_2 vertausche 2 und 1

unelastisch
$v_1' = v_2' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$

$p = m \cdot v$

$P_x = P_{Gesamt} \cdot \cos(\alpha)$

Kokosnuss: $P_a + P_B + P_C \overset{!}{=} P_{vorher} = 0$
gilt x- und y-Komponentenweise

Hangabtriebskraft

$mg \sin(\alpha) = $ Hangabtriebskraft $= x$

$y = mg\cos(\alpha) = h - x'\sin(\alpha)$

$x'(t) = \frac{1}{2} g \sin(\alpha) t^2$

$F_N = mg\cos(\alpha)$

$F_{Parallel} = mg\sin(\alpha)$

$F_{Reibung} = \mu mg\cos(\alpha)$

$\Rightarrow F = F_{Parallel} - F_{Reibung}$

$V_x(t) = V_x'(t)\cos(\alpha) = g \cdot \sin(\alpha)\cos(\alpha) t = \frac{1}{2} g t \sin(\alpha \cdot 2)$

$V_y(t) = -g\sin^2(\alpha) \cdot t$

$V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = g \cdot \sin(\alpha) \cdot t$

$y(T) = h - \Delta h = h - \frac{1}{2} g \sin^2(\alpha) T^2 \rightarrow T^2 = \frac{2\Delta h}{g \sin^2(\alpha)}$

$v(T) = \sqrt{2g\Delta h} \Rightarrow$ selbe geschw. nach Δh wie wenn Körper frei um Δh fällt (ohne Reibung)

$= \sqrt{2 a l}$

↑ bestimmen aus $F_{Parallel} - F_{Reibung}$

Kreisgeschwindigkeit in Polar

$\vec{v} = r'\vec{e}_r + r\varphi'\vec{e}_\varphi$

Keplers 3. Gesetz: $T_{umlauf}^2 / r^3 = $ konstant

$= \frac{4\pi^2}{MG}$ bei Sattelit um Erde

Feder Spannenergie: $\frac{1}{2} D y^2$, mit $y = $ Längenänderung $:= \Delta x$

Feder zusammengedrückt um $\Delta x = \sqrt{\frac{M}{D} v^2}$ //vorher nur kin. Energie

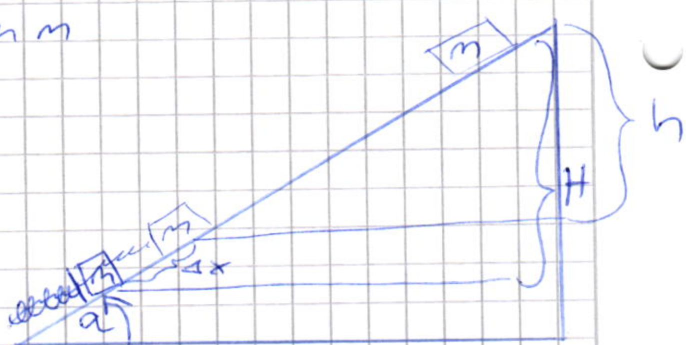
Hängende Feder: $k \cdot \Delta l = mg$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\quad k = $ Federkonst

Umlauf Erde: $F_G = F_Z \Rightarrow m\frac{MG}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow MG = v^2 r$

Feder Geschwindigkeit $= (x(t))' = (A\cos(t\omega + \delta))' \Rightarrow V_{max} = A\omega = A\sqrt{k/m}$

Aufgabe: Gesucht: Tiefste Lage von m

$\Delta E_{pot} = mgH \overset{!}{=} \boxed{E_{pot Feder} = \frac{k}{2}\Delta x^2}$



$\Delta x \cdot \sin(\alpha) = H - h$

$\Delta x = \frac{H - h}{\sin(\alpha)}$

$\Rightarrow mgH = \frac{k}{2}\left(\frac{H - h}{\sin(\alpha)}\right)^2 \Rightarrow$ auflösen

$\Rightarrow H = h + \frac{mg}{k}\sin^2(\alpha) \pm \sqrt{\left(h + \frac{mg}{k}\sin^2(\alpha)\right)^2 - h^2}$

$k = F/\Delta L$

c) Wir bezeichnen die Aussendung des ersten und zweiten Signales als Ereignis A, resp. B. Im System S' des Raumschiffes haben sie die Raum-Zeit-Koordinaten (x'_A, t'_A), resp. $(x'_B = x'_A, t'_B = t'_A + \Delta T')$. Im Ruhesystem der Erde S haben A und B die Koordinaten (x_A, t_A), resp. $(x_B = x_A + \Delta x, t_B = t_A + \Delta t)$. Die Transformation von S' nach S ist gegeben durch die Lorentztransformation:

$$x = \gamma(x' + vt'), \qquad t = \gamma(t' + \frac{v}{c^2}x'), \tag{1}$$

mit $\gamma = (1 - (\frac{v}{c})^2)^{-\frac{1}{2}} = 2$.

Somit haben wir:

$$x_A = \gamma(x'_A + vt'_A), \qquad t_A = \gamma(t'_A + \frac{v}{c^2}x'_A), \tag{2}$$

$$x_B = \gamma(x'_B + vt'_B), \qquad t_B = \gamma(t'_B + \frac{v}{c^2}x'_B), \tag{3}$$

. Da die Lichtsignale im Raumschiffsystem am gleichen Ort erfolgen gilt $x'_B - x'_A = 0$:

$$x_B - x_A = \Delta x = \gamma v \Delta t' \equiv \gamma v \Delta T', \qquad t_B - t_A = \Delta t = \gamma \Delta t' \equiv \gamma \Delta T'. \tag{4}$$

In S vergeht zwischen dem Aussenden (!) der beiden Signale also $\Delta t = \gamma \Delta T'$. Während dieser Zeit legt das Raumschiff die Strecke Δx zurück. Die beiden Lichtsignale kommen im erdfesten Punkt x_0 zu den Zeiten T_A resp. $T_B = T_A + \Delta T$ an, wobei ΔT die gesuchte Zeitdifferenz zwischen der Ankunft der Signale auf der Erde ist. T_A und T_B kann man berechnen aus:

$$T_A = t_A + \frac{x_A - x_0}{c}, \qquad T_B = t_B + \frac{x_B - x_0}{c}, \tag{5}$$

wobei $(x_A - x_0)/c$ und $(x_B - x_0)/c$ die Laufzeiten (in S) der Signale vom Punkt x_A resp. x_B zu x_0 sind.

Somit ist:

$$T_B - T_A = \Delta T = t_B - t_A + \frac{1}{c}(x_B - x_A) = \Delta t + \frac{1}{c}\Delta x, \tag{6}$$

d.h. die gemessene Zeitdifferenz zwischen den beiden Signalen ist zusammengesetzt aus der Zeitdifferenz Δt in S (zwischen dem Aussenden der Signale) und einer Laufzeit-Differenz.

Mit den obigen Gleichungen erhalten wir:

$$\Delta T = \gamma(1 + \frac{v}{c})\Delta T' = \frac{(1 + v/c)\Delta T'}{\sqrt{(1 + v/c)(1 - v/c)}} = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}\Delta T'. \tag{7}$$

Mit $\Delta T' = 4$s ist $\Delta T = 15$s.

Die vom Raumschiff zurückgelegte Strecke Δx (von der Erde aus gesehen) zwischen dem Aussenden der beiden Signale ist $\Delta x = \gamma v \Delta T' = 2.1 \cdot 10^9$ m.

d) Generell gilt $E_{\text{tot}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{rest}}$.
Auflösen nach der kinetischen Energie ergibt: $E_{\text{kin}} = E_{\text{tot}} - E_{\text{rest}} = (m\gamma - m)c^2 = 9 \cdot 10^{16}$ J.

Körper mit $m=1$ Ruht im Raumschiff

Aufgabe: mittlere Molekülabstände

Abschätzung: 1 Molekül $\approx$ 1 Würfel mit Kante d

Gegeben: $m_{He}^{mol} = 4g$ $\quad m_{H_2O}^{mol} = 18g$ $\quad$ Avogadro $= 6.0 \cdot 10^{23}$ Teilchen/mol

Berechne die Mittleren Molekülabstände für ^{4}He-Gas bei STD (Standard Temp. & Druck: 0°C, 1 atm) ρ_{He} unter dieser Bedingung beträgt $\rho_{He} = 0.179\ g/l$

$$\rho_{He} = 0.179\ g/l = 0.179 \cdot 10^{-3}\ g/cm^3$$

Masse eines ^{4}He-Atoms: $m_{He} = \frac{4g}{Avogadro} = 6.67 \cdot 10^{-24} g$

// Es gilt $m[g]$ eines Moleküls $= \frac{M[mol]}{6.0 \cdot 10^{23}}$ (blaues Buch S. 310)

Teilchendichte $n_{He} = \frac{\rho_{He}}{m_{He}} = 2.68 \cdot 10^{19} / cm^3$ "Teilchen pro cm³"

$\rightarrow V_{He}$ = Volumen eines He-Teilchens $= \frac{1}{n_{He}} = 3.73 \cdot 10^{-20} cm^3$

Aus Annahme gilt $V_{He} = d_{He}^3 \Rightarrow d_{He} = \underline{\underline{3.3 \cdot 10^{-7} cm}}$

Aufgabe: Druck durch Gas

Argongas bewegt sich senkrecht auf Wand der Fläche A zu. Elastischer Aufprall.

$v_{Ar} = 425\ m/s$ $\qquad$ Teilchendichte $n_{Ar} = 2.69 \cdot 10^{19} / cm^3$

Impuls vor Aufprall = Impuls nach Aufprall in andere Richtung

Berechne Druck auf Fläche A

Die auf A ausgeübte Kraft ist gleich $\frac{\text{Impuls während } \Delta t \text{ übertragen}}{\Delta t}$

$m_{Ar}^{mol}[mol] = 40g$

Vorgehen: Impulsübertrag: $\Delta p_{Atom} = p_{vor} - p_{nach} = m_{Ar} \cdot v_{Ar} - m_{Ar}(-v_{Ar}) = 2 m_{Ar} v_{Ar}$ (pro Teilchen)

Im Zeitintervall Δt auf die Fläche übertragenen Impuls bestimmen

Anzahl Atome N die in Δt die Fläche treffen = # Atome im Volumen $A \cdot v_{Ar} \cdot \Delta t$, die sich auf die Fläche zubewegen

$$N = n_T V_{ol} = n_T A v_{Ar} \Delta t \Rightarrow \underbrace{\Delta p}_{\text{Impuls auf Fläche in } \Delta t} = N \Delta p_{Atom} = \underbrace{n_T A v_{Ar} \Delta t}_{\text{\# Teilchen}} \cdot \underbrace{2 m_{Ar} v_{Ar}}_{\text{Impuls pro Teilchen}}$$

$$\underbrace{F}_{\text{Kraft auf Fläche}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = n_T \cdot A \cdot 2 m_{Ar} v_{Ar}^2$$

Druck auf Fläche $\boxed{p_{Druck} = \frac{F}{A}} = 2 n_T m_{Ar} v_{Ar}^2$

$m_{Ar} = m_{Ar}^{mol} / Avogadro = 6.67 \cdot 10^{-23} g = 6.67 \cdot 10^{-26} kg$ (Komma)

$n_T = n_{Ar} = 2.69 \cdot 10^{19} / cm^3$ (gegeben)

$v_{Ar} = 425\ m/s$ (gegeben) $\Rightarrow p_{Druck} = 6.48 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} = 6.48$ bar

Aufgabe Gas: # Moleküle (simpel)

$V = 1\,m^3$ $\quad T = 20°C = 293.15°K$ $\quad p = 1\,bar = 10^5\,N/m^2$

$// N = N_A \cdot n$

$pV = nRT = Nk_BT \Rightarrow \quad N = \frac{pV}{k_BT} = \frac{10^5 \cdot 1}{1.381 \cdot 10^{-23} \cdot T} \frac{\frac{N}{m^2}m^3}{\frac{J}{K}\cdot K} = \underline{\underline{2.47 \cdot 10^{25}}} \left[\frac{Nm}{J} = 1\right]$

n ← #moles, N ← # Moleküle

↑ # Moleküle

Wärmekapazität: $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$ ist bei konstantem Druck grösser als bei konstantem Volumen

Es braucht mehr Energie für die selbe Temperaturänderung ←

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{C\,n}$$

n ← #mol

C ← Konstante des Materials gegeben durch $C = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta T \cdot m}\right)$ = molare Wärmekapazität

Für Festkörper reicht $C \sim 25 \frac{J}{mol \cdot K}$

⇒ Alle Festkörper mit gleichviel mol haben selbe C.

Ausnahme: Temp. nahe an Schmelzpunkt → ein Körper schmilzt
→ Energie geht für Phasenübergang verloren

Aufgabe: Wärmekapazität bei konst. Volumen

$V = 10\,\ell$ $\quad p = 10\,bar$ $\quad T = 20°C = 293.15°K$

Für ein Einatomiges Gas gilt $\gamma = 1 + \frac{nR}{C_V} = \frac{5}{3}$

R ← 8.314 J/(mol K); C_V ← Wärmekap. bei konst. Volumen

gesucht: C_V

Aus $pV = nRT$ folgt

$n = \frac{pV}{RT} \Rightarrow nR = \frac{pV}{T} \Rightarrow \frac{3}{2} C_V = \frac{pV}{T}$

$p = 10\,bar = 10 \cdot 10^5\,Pa = 10 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$

$V = 10\,\ell = 0.01\,m^3$ $\quad \Rightarrow C_V = 51.2\,J/K$

Aufgabe: Druck nach Wärmezufuhr bei konst. Volumen

Es wird $\Delta Q = 1\,kJ$ Energie zugeführt $\qquad C_V, V$ usw gegeben wie oben

bei konst. Volumen gilt $\Delta Q = C_V \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\Delta Q}{C_V} = \frac{10^3\,J}{51.2\,J/K} = 19.5\,K$

$\Rightarrow T_2 = T_1 + 19.5°K = 312.5°K$

$p_2 = nR\frac{T_2}{V} = 1.07 \cdot 10^6\,Pa = \underline{10.7\,bar}$

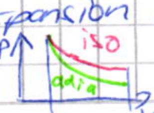
"Isentropengleichung Wikipedia" ~ Adiabatisch

$pV^{\kappa} = const$ mit $\kappa = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\text{freiheitsgrade} + 2}{\text{freiheitsgrade des Gases}}$

bei idealem einatomigem Gas gilt $\kappa = \frac{5}{3}$ weil $f = 3$, $C_P = \frac{5}{2} N k_B$, $C_V = \frac{3}{2} N k_B$

Kompressions Arbeit an Gas: $W = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV$
von Gas → kein minus

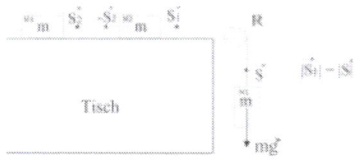
Bei adiabatischer Expansion nimmt Temperatur ab → Druck nimmt stärker ab als bei isothermer Expansion bei gleicher Volumenänderung →



→ $\int p\,dV$ ist grösser bei isotherm

Gas leistet bei isoth. Expansion mehr Arbeit ←

c) Das Gewicht der beiden Massen auf dem Tisch wird durch die Normalkraft vom Tisch kompensiert. Die Beschleunigung der 3 Massen wird durch das Gewicht der hängenden Masse bewirkt.



b) Seilkräfte bestimmen

Kraft an beiden Seilenden die selbe
(sonst hat seil ohne masse ∞ beschleunigung)

$$mg - S = ma = m\frac{g}{3} \rightarrow S = m\frac{2}{3}g = 6.5\,N = S_1$$

$$ma = S_2 \rightarrow S_2 = m\frac{g}{3}$$

$$|S_1| = |S|$$

Die Beschleunigung a ist (bei gespanntem Seil) für alle Massen gleich da sie durch das Seil miteinander verbunden sind. Um die Beschleunigung der drei Massen zu finden können die Bewegungsgleichungen aufgestellt werden.
Für M1 gilt mit Newtons zweitem Gesetz:

$$\rightarrow F_1 = mg - S = ma$$

Ähnlich für M2:

$$\rightarrow F_2 = S_1 - S_2 = ma$$

Und für M3:

$$\rightarrow F_3 = S_2 = ma$$

Wo F_i die Summe aller Kräfte, die auf die Masse M_i wirken, ist.

Nach Auflösung des Gleichungssystems kann die Beschleunigung der drei Massen gefunden werden:

$$\rightarrow \quad a = \frac{g}{3}$$

Strom

$$U = R \cdot I$$

$$R = \frac{L}{\sigma A} = \left[\frac{V}{A} = \Omega\right]$$

$\uparrow$ Leitfähigkeit $[A/Vm]$

Driftgeschwindigkeit der Leitelektronen im Draht

$$I = -enAv_D \text{ mit } n = \rho_{Fe}\frac{1}{m_{mol}} \cdot N_A = [1/cm^3]$$

$\uparrow$ #Leitelektronen/cm3 = #Fe-Atome/cm3

$$|v_D| = \frac{I}{enA} = \left[\frac{A \cdot cm^3}{cm^2 [C = As]}\right] = \left[\frac{cm}{s}\right]$$

Anziehung Punktladung

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_e q_p}{r^2}$$

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$$

Elektron kreist um Proton

Proton viel schwerer $\rightarrow$ setze Proton als Drehmittelpunkt statt gemeinsamen Schwerpunkt

$$|F_Z| = |F_C|$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e r}}$$

nicht relativistisch

Aufgabe: Kondensator (Platte)

Plattenkondensator mit $A = 25\,cm^2$ d = Abstand = 1 cm
wird mit $U = 1\,kV$ Spannung aufgeladen
Zwischen den Platten bildet sich Elektrisches Feld E, aussen ist $E = 0$, Randeffekte werden vernachlässigt. $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E}\, dr = E \cdot d = 1\,kV$$

Feldstärke E $\Rightarrow E = \frac{1\,kV}{cm}$

Für die gespeicherte Energie E gilt $E = \frac{1}{2C} Q^2 = \frac{1}{2} C U^2$ (Ladung [As]; Kapazität [Farad])

$$1\ \text{Farad} = \frac{A \cdot s}{V} = \frac{C}{V} = \frac{A^2 s^4}{kg\, m^2}$$ (Ampere)

Ein Kondensator der in 1 Sekunde durch einen Strom von 1 Ampere auf die Spannung von 1V aufgeladen wird, hat 1 Farad Kapazität

$$Q = I \cdot t = C \cdot U$$

Plattenkondensator: $\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$

Elektrische Feldkonstante; Dielektrizitätszahl abhängig vom Medium dazwischen

Gauss: Fluss durch dA ist $dA \cdot \vec{E}$
plattenkond. $\Rightarrow \Phi = \oint \vec{E}\, dA = \frac{1}{\varepsilon_0} Q = EA$ $\Rightarrow Q = \varepsilon_0 E \cdot A = \varepsilon_0 \frac{A \cdot U}{d}$

Es folgt für den Plattenkondensator
$$C = \frac{Q}{V} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Arbeit um den Kondensator aufzuladen:
$$W = E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C U^2 \quad [J]$$

Aufgabe: Zylinderkondensator
Zylinder 1 hat $R_1 = 5$ cm , Zylinder 2 hat $R_2 = 10$ cm
Ladung $Q_1 = 5 \cdot 10^{-8}\,C$, $Q_2 = -Q$

bestimme Feldstärke abhängig vom Radius.
Hint: Vernachlässige Randeffekte. Ausserhalb des Zylinders gilt $E = 0$
Das Feld zeigt von innen Radial nach aussen.

$$\text{Gauss:} \quad \oint \vec{E}\, d\vec{A} = E \cdot A \overset{*}{=} \frac{1}{\varepsilon_0} Q_{eingeschlossen}$$

Zwischenschritt: $* = \int_V \text{div} E\, dV =$

Wähle einen geschlossenes Wegintegral Zylinder mit Radius r zwischen den beiden Radien. Grund und Deckelfläche tragen nicht zum integral bei, da $E = 0$ oder $\vec{E} \perp dA$. Integral über Zylindermantel: bei $r < R_1$ gilt $Q = 0$ und somit $E(r) = 0$. Bei r zwischen R_1 und R_2 gilt: Das E-Feld steht senkrecht auf der Fläche und $|E|$ ist aus Symmetriegründen konstant.

$$\Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{A} = E\, dA \Rightarrow \int \vec{E}\, d\vec{A} = \int_{Zylindermantel} E \cdot dA = E(r) \int_{Zyl.} dA = E(r) \cdot 2\pi r L$$

(L: Höhe des Zylinders, r: radius)

$$E(r) \cdot 2\pi r L = \frac{1}{\varepsilon_0} Q \rightarrow E(r) = \frac{2\pi r L}{\varepsilon_0} Q$$

Bei $r > R_2$ gilt wieder $Q_{Eingeschl.} = -Q + Q = 0 \rightarrow E = 0$

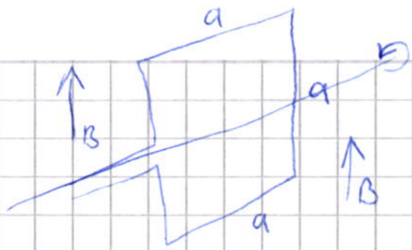
Spannung zwischen den Zylindern: $U = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}\, dr$ ist wegunabhängig
wähle radialen Weg $\Rightarrow \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}\, d\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} E\, dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln(2)$

$$[U] = \frac{Nm}{C} = \frac{J}{C} = V$$

Aufgabe: Drehende Leiterschleife

$a = 1m$ $\quad \omega = 2\pi \cdot 50 Hz$ $\quad // 1 Hz = \frac{1}{s}$

$|B| = 1T$



Berechne Magnetischen Fluss durch die Schleife abhängig von Zeit

Flächenvektor $\vec{A}$ steht senkrecht auf der Schleifenebene

Fluss $\Phi_{mag} = \vec{A} \cdot \vec{B}$; $|\vec{A}| = a^2 = 1m^2$; $|\vec{B}| = 1T$

$$\Phi_{mag} = \vec{A} \cdot \vec{B} = A \cdot B \cdot \cos(\varphi) = a^2 B \cos(\varphi) = a^2 B \cos(\omega t)$$

Berechne Spannung im Leiter Abhängig von der Zeit

$$U_{ind} = - \frac{d\Phi_m}{dt} = -a^2 B(-\omega) \sin(\omega t) = a^2 B\omega \sin(\omega t) = U_0 \sin(\omega t)$$

$$U_0 = a^2 B \omega = \dots V \qquad // 1T = \frac{N}{Am} = \frac{Vs}{m^2}$$

Aufgabe: Seilwellen

a) Ausbreitungsgeschw. transversal ist abhängig von Spannkraft.
Hängt Seil frei ist diese gegeben durch das Gewicht unter dem abhellen Ort

$$S(x) = m(x) \cdot g = \frac{L-x}{L} M_{seil}\, g$$

$$v = \sqrt{\frac{S}{\rho}} = \sqrt{\frac{L-x}{L} M g \frac{L}{M}} = \sqrt{(L-x)g}$$

$\rho = \frac{M}{L}$ = Masse pro Längeneinheit

Wenn hingegen an einem Masselosen Seil unten ein kg hängt, ist die Spannkraft und somit v konstant mit $\rho = \frac{M}{L}$, $S = m \cdot g = 10N$

c) „Seil mit $\rho = 0.1$ kg/m steht unter 100 N Spannung. Vernachlässige Gravitation
Ein Motor führe dem Seil bei $x=0$ durch eine Harmonische, transversale Auslenkung mit einer Frequenz von 5 Hz und einer Amplitude von 4 cm Energie zu."

Bestimme Wellenlänge und Ausbreitungsgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{S}{\rho}} = \sqrt{1000}\, \frac{m}{s} \Longrightarrow \lambda: \text{Die harmonische Welle breitet sich während einer Schwingungsdauer } T \text{ (Periode) um } \lambda \text{ aus.}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \Longleftarrow$$

f ist die frequenz d. Welle: $f = \frac{\omega}{2\pi} = 5Hz$

$$\Downarrow$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = 6.3\ m$$

d) Bestimme die maximale transversale Geschw. des Masseelements dm und die maximale transversale Rückstellkraft pro Länge, die auf dm wirkt

Transversale Auslenkung: $\xi(x,t) = A \cdot \sin(kx_0 - \omega t + \varphi)$; $dm = \rho dx$; $\Rightarrow v_t = \left|\frac{\partial \xi(x_0,t)}{\partial t}\right|_{max} = A\omega$ für alle x_0

$$\left|\frac{F_t}{dx}\right|_{max} = A\rho\omega^2 = 3.94\ N/m \Longleftarrow F_t = dm \frac{\partial^2 \xi}{(\partial t)^2} = -dm A\omega^2 \sin(kx_0 - \omega t + \varphi)$$

Alternativer Weg: $F_t = S \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} dx \Rightarrow F_t' = -ASk^2 \sin(kx - \omega t + \varphi) \Rightarrow \left|\frac{F_t}{dx}\right|_{max} = S \cdot Ak^2 = S \cdot A \frac{\pi^2 4}{\lambda^2}$

$$= S \cdot A \cdot \frac{4\pi^2 f^2}{v^2} \Rightarrow \text{mit } v = f \cdot \lambda \text{ und } v^2 = \frac{S}{\rho}$$

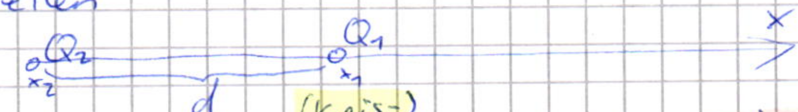
$$A\rho\omega^2 \Longleftarrow \cancel{S} \cdot A \frac{\omega^2}{\cancel{S}} \rho \Longleftarrow$$

// k = Wellenzahl = $\frac{2\pi}{\lambda}$

Superposition Harmonische Wellen

Je grösser die Masse eines Mediumatoms desto langsamer ~~breitet~~ schaus die Welle
Je fester der Stoff desto schneller breitet sie sich aus.

Aufgabe: Zwei Quellen senden eindimensionale Wellen in positiver x-richtung. Abstand $Q_1 \leftrightarrow Q_2 = d$. Frequenz der Quellen $= 4\,Hz$
$A_1 = A_2 =$ Amplitude. Q_2 ist um $\delta = \frac{\pi}{4}$ von Q_1 verschoben
Ausbreitungsgeschw $v_1 = v_2 = 12\,m/s$. Rechts von Q_1 interferieren die Wellen



b) Bestimme λ und die (Kreis-) Wellenzahl k: $v = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{12}{4} \frac{m}{s} = 3m$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$ $\quad \lambda = \frac{v}{f}$

c) Finde die Wellengleichungen $\xi_1, \xi_2\,(x,t)$ und die der Superposition. (analog zu Frequenz wenn λ ~ Periode (Kreis-) ~ ω)

$$\xi_1(x_1,t) = A\sin(\overset{2\pi/\lambda}{k}x_1 - \omega t) \qquad \xi_2(x_2,t) = A\sin(k\overbrace{(x_1-d)}^{x_2} - \omega t + \delta)$$

$$\Rightarrow \xi_{sup}(x_1,d,t) = \xi_1(x_1,t) + \xi_2(x_2,t)$$
$$= A\sin(x_1 k - \omega t)$$
$$+ A\sin((x_1-d)k - \omega t + \delta)$$

Phasenverschiebung δ heisst am selben Ort soviel verschoben

$F_{transversal} = a \cdot dm = a \cdot \rho_L \cdot \Delta x$
$= \frac{\partial^2 \xi(x,t)}{(\partial t)^2} \cdot \rho_L \cdot \Delta x$
$F_t = A\omega^2 dm$

Es gilt $\sin(\alpha)\sin(\beta) = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$

$$\Rightarrow \xi_{sup}(x_1,d,t) = 2A\sin\left(\frac{2kx_1 - kd - 2\omega t + \delta}{2}\right)\cos\left(\frac{kd-\delta}{2}\right)$$
$$= \underbrace{2A\cos\left(\frac{kd-\delta}{2}\right)}_{\text{Amplitude } A'} \cdot \sin\left(kx_1 - \omega t - \frac{kd+\delta}{2}\right)$$

Ausbreitungsgeschw, Spannung

$v = \sqrt{\frac{S}{\rho_L}}$ $\quad \frac{g}{m}$

Massenbelegung aka Längendichte

Achtung: $S\,[N] \Rightarrow \frac{kg}{m}$

d) Wähle d so, dass die Wellen sich aufheben.
Ziel: $\cos\left(\frac{kd-\delta}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{kd-\delta}{2} = (n+\frac{1}{2})\pi,\ n \in \mathbb{N}$
$\Rightarrow kd = (2n+1)\pi + \delta \Rightarrow d = \frac{(2n+1)\pi - \delta}{k} \Rightarrow \delta$ einsetzen, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

DGL Harmonische Schwingung

$F_{Rück} = -D \cdot s$ $\qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}$ $\qquad [k] = \frac{N}{m}$

$m \cdot a = $ "
$m \cdot x'' = $ " $\qquad \omega^2 = \frac{k}{m}$

$m \cdot x''(t) = -D \cdot x(t) \Rightarrow x'' + \omega^2 x = 0$

$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \delta)$ // S. 194/195

wenn $a = 0$ gilt an dem Punkt $v = A \cdot \omega$ denn

$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \delta)$
$v(t) = \omega A\cos(\omega t + \delta)$
$a(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta)$

Transversale Kraft $F_t = a_t \cdot m = v_t' \cdot m$
$= \rho \cdot \ell \cdot a_t$

$W = \int F\, ds = F \cdot s$ und $= -\Delta E_{pot}$
Arbeit ist Wegunabhängig

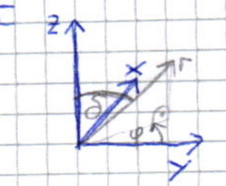
$W = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV\, nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ $F = p \cdot A$

Relativistisch
$E_{kin} = \gamma m c^2 - mc^2$

Cosinussatz in beliebigen Dreieck
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\alpha)$ ↑ gegenüber von a

3D Kartesisch <=> Polar

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\sin(\delta)\cos(\varphi) \\ r\sin(\delta)\sin(\varphi) \\ r\cos(\delta) \end{pmatrix}$$



Impuls
$p = m \cdot v$
Wenn Impulserhaltung gilt, insbesondere Trägheitsprinzip, Dann Inertialsystem
$F = m \cdot a = \frac{dp}{dt}$

Energie
$E_{pot} = mgh$
$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$ ($= F \cdot s$ bei gerade)
$E_{Feder} = \frac{1}{2} D (\Delta x)^2$
$E_{Gesamt} = \gamma m c^2$
$P_{Gesamt} = \gamma m c$ } relativistisch
$E_{rest} = E_{Gesamt} - E_{kin}$
$\frac{v}{c} = \frac{pc}{E}$

Ableitung von $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = 0$ $\quad$ $\boxed{\text{Mol} = 6.022 \cdot 10^{23}}$

Vektorprod. aka Kreuzprod
$|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\varphi)$

Skalarprod.
$|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\varphi)$

Skalarprod. ableiten
$$\frac{d(\vec{a} \cdot \vec{b})}{dt} = \left(\frac{da}{dt} \cdot b\right) + \left(a \cdot \frac{db}{dt}\right)$$
funktioniert gleich fürs Vektorprod

Strahlung $S(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda k T}} - 1)}$

Black Body emission $= \frac{\sigma T^4}{\pi}$
$\lambda_{max} T = const = \lambda_{max2} T_2$

Boltzmann k_B = Gaskonst./Avogadro $= \frac{R}{N_A} = 1.380\,648\,52 \cdot 10^{-23} \left[\frac{J}{K}\right]$

σ Stefan-Boltzmann $= 2\pi^5 k^4 / 15 c^2 h^3 = 5.670773 \cdot 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2 K^4}\right]$

Planck $h = 6.626\,070\,040 \cdot 10^{-34}$ $[J \cdot s]$ $\quad$ Photonenenergie $E = \frac{hc}{\lambda}$

Avogadro $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \left[\frac{1}{mol}\right]$

$\lambda_{Particle} = \frac{h}{p}$ ← Momentum
De-Broglie

Gaskonst. $R = 8.3144598 \left[J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}\right]$

$m_T = \frac{m^{mol}}{N_A}$

Gas $pV = \underset{[kg]}{m} R_{specific} \underset{[K]}{T}$
$pV = nRT = N k_{Boltzmann} T$
Druck
$p = \overset{rho}{\rho} \cdot R_s \cdot T$ $\quad$ $\frac{pV}{T} = konst$ in Kelvin!

n = ~~Masse~~ moles
N = ~~...~~ $N_A \cdot n$ = # Moleküle
$R_{specific} = \frac{k_B}{m}$
$R_s = R_{specific} = \frac{R}{\left[\frac{kg}{mol}\right]} = \frac{R}{N_A \cdot m}$ Masse von 1 Teilchen

$R = N_A \cdot k_B$
↑ Avogadro

Kreisbeschleunigung
$|a| = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}$
$\omega = v/r$
$|v|$ konst
Periode $T = \frac{2\pi}{\omega}$
$\varphi(t) = \omega t$
$s(t) = r \cdot \omega t$

Ellipse
$$\begin{pmatrix} a \cdot \cos(\varphi) \\ b \cdot \sin(\varphi) \end{pmatrix} = \text{Ortsvektor} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

Schubkraft Rakete
$M(t) \frac{dv}{dt} = v_{Gas} \frac{dm}{dt}$
v_{Gas} ist relativ zu Rakete
$F = v_{Gas} \frac{dm}{dt}$
$v(t) = u \cdot \ln\left(\frac{M_0}{M_0 - m}\right)$

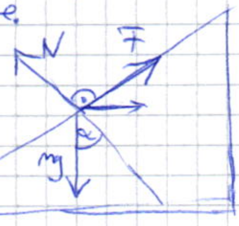
Hangabtriebskraft
$F_{Hang} = mg\sin(\alpha)$

Gleichförmige Kreisbewegung
$\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{r}(t)$

Zentripetalkraft
$F_z = m\omega^2 r = m\frac{v^2}{r}$
$a_z = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

Bei Kreisbewegung gilt $r' = r'' = 0$

Kugeln rollen ab Wagen
Wagen wird immer schneller.
Sobald $v > u$ rollen die Kugeln nach runterfallen nach vorne.
$F + N + Mg = 0$
$F = Mg\sin(\alpha)$
$N = Mg\cos(\alpha)$



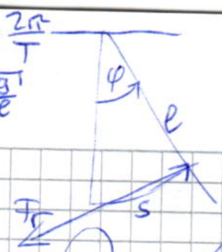
$\varphi(t) = A \cdot$ … $\partial^2\varphi / \partial t^2 + \omega^2 \varphi = 0 \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

$F_r = mg \sin(\varphi)$

$s = \ell \cdot \varphi$

A

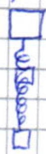
= … $\varphi(0) \cos(\omega t)$

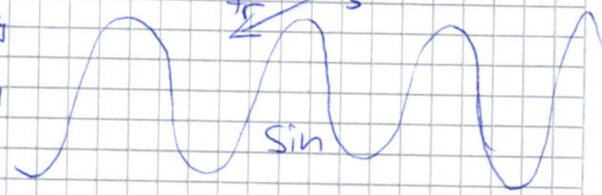


Harmon… …ung

$$y(t) = y_0 \cdot \sin(2\pi f t + \varphi_0)$$

y_0 = Amplitude; φ_0 = Verschiebung





Linear gedämpft

$$m x'' + d x' + k x = 0$$

m = Masse d = Dämpfungskonst.

k = Federkonst.

lässt sich umformen zu

$$x'' + 2\delta x' + \omega_0^2 x = 0$$

$$\delta = \frac{d}{2m} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

dann lösen mit Euler ansatz

$$\Rightarrow \lambda^2 + 2\delta\lambda + \omega_0^2 = 0$$

$$\Rightarrow X_1 e^{\lambda_1 t} \quad X_2 e^{\lambda_2 t}$$

Gravitationskraft

$$\vec{F} = \frac{m_1 m_2}{|r|^2} \cdot \cancel{\left(\frac{r}{|r|}\right)} \cdot (-G)$$

$$G = 6{,}67408 \pm 0{,}00031 \cdot 10^{-11}$$

$$[G] = m^3 / (kg \cdot s^2)$$

Drehimpuls

$$\vec{L} = (\vec{r} - \text{Bezugspunkt}) \times \vec{p}$$

Kreuzprodukt

Elastischer Stoss

$$v_1' = \frac{m_1 v_1 + m_2(2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}$$

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2'$$

Feder

$$mg = k \Delta\ell$$

$$F = k \cdot \Delta x$$

Federpendel

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

Eigenkreisfrequenz $\omega = \sqrt{\frac{m}{D}}$

Kepler

1. Ellipse: $0 < \varepsilon < 1$ p-param

$$a = \frac{p}{1-\varepsilon^2} \quad b = \frac{p}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}$$

$$F_1 = (0,0) \quad F_2 = \left(-\frac{2\varepsilon p}{1-\varepsilon^2}, 0\right)$$

2. Fläche von A_1, A_2, Sonne ist immer gleich gross für gleiche Zeit von A_1 nach A_2

$$F(t_0, t) = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{t} |r(\tau) \cdot r'(\tau)|\, d\tau = \frac{1}{2}\frac{L}{m}\int_{t_0}^{t} d\tau = \frac{1}{2}\frac{L}{m}(t - t_0)$$

L = Drehimpuls

3. T_1, T_2 zwei Trabanten um gemeinsames Zentrum

a_1, a_2 halbachsen ihrer Bahnen (grosse)

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$$

Insbesondere für Kreis: $\frac{T^2}{r^3} = \text{konst}$

Gradient $\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x} e_x + \frac{\partial f}{\partial y} e_y + \frac{\partial f}{\partial z} e_z$ Vektor
funktion

Divergenz $\nabla \cdot f = \frac{df_x}{\partial x} + \frac{\partial f_y}{\partial y} + \frac{\partial f_z}{\partial z}$ Zahl
Vektorfeld $\begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix}$

Rotation $\nabla \times F = \cancel{\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}} e_x$ Vektor

Stokes

$$\int_{\partial M} \omega = \int_M d\omega$$

Integral über orientiertes, difftbares, kompaktes M (rechts)
= Integral über Rand (links)

⟹ Folgerung

$U \subset \mathbb{R}^n$ offen, ω stetig difftbare $(k-1)$-Form in U
dann für randloses, kompaktes, k-dimensionales M

$$\int_M d\omega = 0$$

Green (spez. von Stokes)

$$\iint_D \left(\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) - \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) \right) dx\, dy = \oint_{\partial D} \left(f(x,y)\, dx + g(x,y)\, dy \right)$$

Gauss

(ca Serie 10)

$$\varphi = \iint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \iiint_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})\, dv$$

Fluss durch A ($\neq$ Fluss als Integral über Flussdichte)

$$\varepsilon_0 \underbrace{[\nabla \cdot E(r)]}_{\text{divergenz}} = \underbrace{\rho(r)}_{\text{Ladungsdichte}}$$

$d\varphi = \vec{F} \cdot d\vec{A} = F\, dA \cos(\varphi)$

Geschlossene Oberfläche
⟹ dA zeigt definitionsgemäss nach aussen.

Magnet

Flussdichte B

Fluss $\Phi = \int B\, dA$

Lorentzkraft

Wenn ~~Bewegung~~ senkrecht
dann Bewegung berechenbar mit

$F_L = Q \cdot v \cdot B$ — v: Geschw. der geladenen Teilchen, B: Magnet. Flussdichte

$v = \frac{e}{t}$

$Q = N \cdot e$ — Q: Gesamtladung in Coulomb, N: # Geladene Teilchen

$I = \frac{Q}{t}$

Scheinkräfte sind in bewegten System

$F_Z = m r \omega^2$

Lorentztransformation

$\beta = \frac{v}{c}$

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Raumzeit-Intervall $(\Delta S)^2 := (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$

$= \begin{pmatrix} \text{Zeitliche} \\ \text{Entfernung} \end{pmatrix}^2 - \begin{pmatrix} \text{Räumliche} \\ \text{Entfernung} \end{pmatrix}^2$

$\Delta t' = \gamma \Delta \tau$ $\qquad \Delta \tau = \frac{ds}{c} = \sqrt{\frac{ds^2}{c^2}}$

$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$

$v' = \frac{d\left(\frac{x}{z}\right)}{dt}$

"Vorgänge scheinen länger zu dauern, wenn sie relativ zum Beobachter schnell bewegen"

Corioliskraft

$a_c = 2 \omega v' \vec{e}_\varphi$

a_c = Beschleunigung
v' = geschw.
$\vec{e}_\varphi$ senkrecht zu drehung
} Senkrechter Teil

$F_C = \cancel{+} m \cdot a_c = 2 m \cdot (-1) \cdot (\vec{\omega} \times v')$

⟹ Winkel bestimmt mit

Saite

Welle in medium Geschw $= \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}}$ | geschw $c = \lambda f$

Wellenfnkt. d. Propagation in -x-Richtung (negativ!)

Schwingende Saite

sinusodial, transversal : $y(x,t) = A \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right]$

1-Dim, sinusodial, mechanische Welle : $s(x,t) = S_{max} \cdot \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right)$

Ausbreitungsgeschw. v proportional zu $\sqrt{S}$, S = Spannung, $[S] = N$

Längendichte d. Saite : $\rho = \frac{M}{L} = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi \cdot \frac{L}{L} \cdot \rho_{Stahl}$

Ausbreitungsgeschw. $v = \sqrt{\frac{S}{\rho}} = \lambda_n \nu_n$ für harmonische (S 7, 1.a))

ν_n Frequenz $\Rightarrow \nu_n = \frac{v}{\lambda_n}$

n-te Harmonische : $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ Grundschwingung : $n = 1 \rightarrow \lambda_1 = 2L$

Auslenkung d. n-ten Harmonischen : $\xi(x,t) = 2\,\xi_0 \cos(\omega_n t) \cdot \sin(k_n x)$

$k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n}$ $\omega_n = 2\pi \nu_n$ Frequenz

Energie Grundschwingung

geg : max Amplitude 2 mm

Vorgehen : Null-Lage (gestreckt) hat $E_{pot} = 0$ & $E_{kin} = max$

Masseelement $dm = \rho\, dx$ am Ort x // $L = \frac{\lambda_1}{2}$

E_{kin} von dm : $\frac{dm}{2} v_t^2$; $v_t = \frac{\partial \xi}{\partial t}$

$v_t(t)$ ist für alle x maximal, wenn (Nulldurchgang) $\sin(\omega_1 t) = 1$

$\Rightarrow dE_{kin\,max} = \frac{dm}{2} v_{t\,max}^2 = \frac{dm}{2}\, 2(\xi_0 \omega_1 \sin(k_1 x))^2$

$E = E_{kin} = \int dE_{kin\,max} \rightarrow E = \frac{4\,\xi_0^2 \lambda_1 \rho\, \omega_1^2}{8}$

Inertialsystem
nicht beschleunigt

$\xi_n = \xi \cos(\omega_n t) \sin(k_n x)$

Lorentz-Transformation

mit konst v

$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2} x\right)$, $x' = \gamma(x - vt)$ $y' = y$ $z' = z$

$x = \gamma(x' + vt')$

falls bei $t = t' = 0$ die Systeme übereinstimmen

ist $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ $t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)$

beliebiges gerichtetes $\vec{v}$:

$t' = \gamma\left(t - \frac{vr}{c^2}\right)$

$r_\parallel' = \gamma(r_\parallel - vt)$

$r_\perp' = r_\perp$

r = Koord. Vektor

$r_\parallel$ = paralleler Teil zu v

$r_\perp$ = senkrechter Teil zu v

Gallileitransformation

Anwendbar wenn die Bezugssysteme sich nur durch geradlinige Bewegung oder Drehung unterscheiden.
Ist normales Verschieben und drehen.

Problem : Beschleunigung wird als konstant betrachtet.

Zeit & Beschl. Invariant

$F = r_0'' = (R + r_1)''$

R = O-Punkt vom zweiten System

$t \rightarrow t + b$

$r \rightarrow r + a$

$r \rightarrow A\, r$ (Drehung)

$r \rightarrow r + vt$

(S 7, 3.c))

Beschleunigtes System $\Rightarrow$ Scheinkraft muss eine Beschleunigung der Form $F_{schein} = m \cdot r_0'' = m \cdot a$ sein

Sattellit

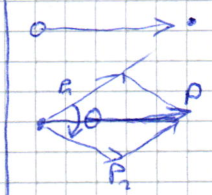
$\omega = \frac{2\pi}{T}$ $\qquad a_z = \frac{v^2}{R} = \frac{2R\pi}{T} = a_G$

$F_G = G\,\frac{m_{Sat}\cdot m_{Erde}}{R^2} \Rightarrow a_G = \frac{F_G}{m_{Sat}} = \frac{G\,m_{Erde}}{R^2}$

$a_z = a_G \Rightarrow R^3 = \frac{G\,m_{Erde}\,T^2}{4\pi^2}$

Höhe über äquator $= R - R_{Erde}$

Relativistische Kollision



cossatz $\Rightarrow p^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos(\theta)$

$\Rightarrow \cos(\theta) \overset{②}{=} \frac{p^2 - (p_1^2 + p_2^2)}{2p_1p_2}$

$E_{start} = mc^2 + E_{kin_0}$

$E_1 = E_2 = mc^2 + \frac{E_{kin_0}}{2}$

① $\Rightarrow p^2c^2 = E^2 - m^2c^4$

② Einsetzen $\Rightarrow \cos(\theta) = \frac{E_0}{E_0 + 4mc^2}$

auch für ~~kleine~~ masselose Dinge

① $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$

$\boxed{E_{kin} = E - mc^2}$

nur ~~grosse~~ mit masse

$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ $\qquad E = pc$

$p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

Relativistisch

$m(v) = \frac{\text{Ruhemasse } m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

$p = m(v)\cdot v$

$E_{kin} \gg mc^2$ (mindestens im ultrarelativistischen Fall)

[nonrelativistisch: $E_{kin} \ll mc^2$]

konstante Beschleunigung

$F = \frac{dp}{dt}$ $\qquad p = Ft$

$\frac{v}{c} = \frac{\left(\frac{F}{mc}t\right)}{\sqrt{1+\frac{F^2}{mc}t^2}}$ $\qquad \lim_{t\to\infty} \frac{v}{c} = 1$

$x(t) - x(0) =$ Zurückgelegter Weg

$= c\left(\frac{mc}{F}\right)\left(\sqrt{1+\left(\frac{F}{mc}\right)^2 t^2} - 1\right)$

$a\cdot t = \frac{v(t)}{\sqrt{1-\frac{v(t)^2}{c^2}}}$

$F = m\cdot \frac{d}{dt}\big(a(t)\big) = m\cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{v(t)}{\sqrt{1-\frac{v(t)^2}{c^2}}}\right)$

Ruheenergie

$E_0 = m_0c^2$

$E_{kin} = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - m_0c^2$

Allgemein: Geschwi = Abgeleiteter Ort

Raumdilatation:

Bewegter Beobachter sieht Länge $\Delta x'$ statt Δx wenn er sich mit v bewegt.

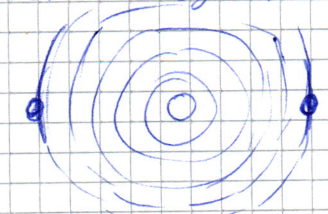
$\Delta x' = \Delta x \cdot \sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$

selbes für Zeit

$\Delta t' = \Delta t : \gamma = \frac{1}{\sqrt{\ldots}}\cdot\Delta$

Gleichzeitigkeit

A gleichzeitig mit B wenn eine Lichtquelle in der Mitte beide ausgelöst haben könnte.



Zeitdilatation

Gäbe es absolute Zeit wäre die Lichtgeschw. unbegrenzt.

Im "Zug"

$\Delta t' = \frac{2h}{c}$

$\Rightarrow$ Verschieden Lang

Auf der "Erde"

$$\boxed{\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \qquad v<c \Rightarrow \Delta t > t'}$$

$\Delta t = \frac{\ell}{c}$

$\Delta t \cdot v \Rightarrow \ell = \sqrt{h^2 + (v\Delta t)^2}$

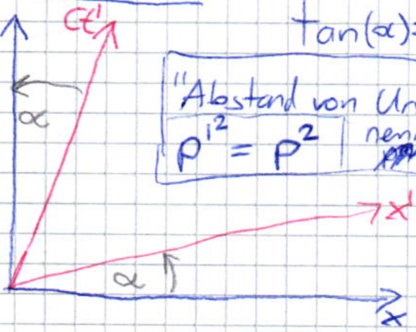
Minkowski

$\alpha = \arctan\left(\frac{v}{c}\right)$

$\tan(\alpha) = \frac{v}{c} = \beta$

"Abstand von Ursprung" $\rho = \sqrt{c^2t^2 - x^2}$

$\rho'^2 = \rho^2$ nennt man ρ^2 Auch "Ver. Länge"



Lorentz-Transformation

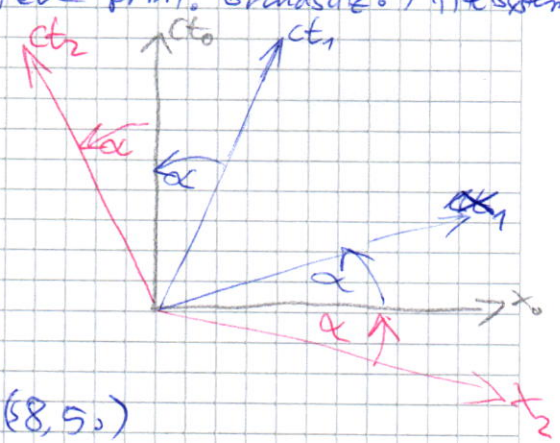
U: Einheitslänge auf ct und x

U': " auf ct' und x'

$U' = U\sqrt{\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2}}$

Symmetrisches Minkowski

Siehe print. Grundsatz: Mittelsystem



(S 8, 5.)

Wegelement

$ds = \sqrt{d_x^2 + d_y^2}$

Zentripetalkraft

= Integral über Radius

$\int_R^{R+\ell} \omega^2 r \rho_\ell \, dr$

$= \frac{1}{2}\rho_\ell \omega^2 (2R\ell + \ell^2)$

Seil an Sattelit

$[\rho_\ell] \left|\frac{kg}{m}\right.$

$F_G = \int_R^{\ell+R} \frac{GM_E}{r^2}\rho_\ell \, dr$

(S 6, 3. a)

$= \frac{\rho_\ell G M \ell}{(R+\ell)R}$

Arbeit, die eine Kraft entlang eines Weges s ausführt:

$W_s = \int_1^2 F \, dr$

Wenn F konstant, dann $= \vec{F}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$

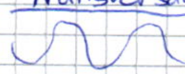
$$\nabla \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dx_0}{dx} + \frac{dy_0}{dx} + \frac{dz_0}{dx} \\ \frac{dx_0 + dx_0 + dz_0}{dy} \\ \frac{dx_0 + dy_0 + dz_0}{dz} \end{pmatrix}$$

Eigenzeit

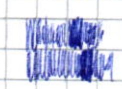
$c = \frac{ds}{d\tau} \qquad v = \frac{dr}{dt}$

$d\tau = dt\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

Transversalwelle



Longitudinalwelle



Spezialfälle:
- polarisiert (nur in 1 richtung)
- Um Achse drehende Richtung mit festem Betrag & Winkelgeschw.

Konservativ

kons. Kräfte verrichten auf geschlossenem Weg keine Arbeit.

$\oint \vec{F} \, dr = 0$

äquivalent: $\int_a^b \vec{F} \, dr$ ist wegunabhängig

$\mathrm{rot}\,\vec{F} = \nabla \times F = 0$

$\exists$ Potentialfeld

Integrabel auf einfachem, Geschlossenen Bereich

Gleichzeitigkeit / Zeitliche Ordnung

Zeitunterschied von gleichzeitigen $\Delta t' = \frac{2\gamma\beta\ell}{c}$ gemessen von bewegtem Beobachter

Transformation d. Geschwindigkeiten

$$u_x = \frac{u_x' + v}{1 + \frac{\beta}{c}u_x'}$$

$$u = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dx/dt \\ dy/dt \\ dz/dt \end{pmatrix}$$

$$u_y = u_y' \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1 + \frac{u_x' v}{c^2}} = u_y' \frac{1}{\gamma\left(1+\frac{u_x' v}{c^2}\right)}$$

$\beta = \frac{v}{c}$

v = Geschw zwischen Beobachtern

u, u' = Wahrgenommene Geschw. d. Körpers

$$u_z = u_z' \frac{1}{\gamma\left(1+\frac{u_x' v}{c^2}\right)}$$

(S8, 1. a)) Flugzeug

(S8, 3. c)) Raumschiff

(S8, 3, d)) Argon aufprall auf Fläche. Berechne Druck

~~Äquivalent~~ analog: $\Delta t' = \frac{1}{\gamma}\Delta t$

$$\boxed{\Delta x' = \frac{\Delta\lambda}{\gamma}}$$

Die räumliche Entfernung zwischen zwei Punkten erscheint geringer, wenn sich der Beobachter relativ zu diesen Punkten bewegt, als wenn er relativ zu ihnen ruht. Diese Kontraktion erfolgt nur in Bewegungsrichtung.

Volumen

Gay-Lussac

$V = C_1 T$ $\quad p$ konst.

Druck ist konst. weil sich d. Ballon mit $p = \frac{F}{A}$ ausbreitet

Taucherkrankheit

Je höher d. Druck, desto mehr Gas kann sich Lösen

Gas

t = Temp [K]

$$pV = Nkt = nRt$$

N: #Gasmoleküle; n: [mol]

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Druck bestimmen

(S8, 3 d)) ← Impulse

$\Delta p = \Delta p_{vor} - \Delta p_{nach}$

#Atome aufprall in Δt = #Atome in $[A \cdot (v \cdot \Delta t)]$

$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, $\underset{\text{Druck}}{p} = \frac{F}{A}$

Boyle & Mariotte

pV konst. wenn T konst.

bzw bei V konst gilt $p \propto T$

$p = C_2 T$

Thermodyn. Zustand des Gases

$$T = \frac{Ah}{C_1}$$

Tripelpunkt

Alle Zustände gleichzeitig. Bei Wasser ist das bei $T = 0{,}01\,°C$, $p = 0{,}006$ bar

Druck

kleineres $p \Rightarrow$ schnelleres kochen

Temperatur

Wenn $T_F = T_K$ dann $= 574$

$T_C = T_K - 273.15$

$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32$

Mol_{Luft}

$(m_{N_2} \cdot 0.78 + m_{O_2} \cdot 0.21 + m_{Ar} \cdot 0.01) \cdot N$

* Emission & Absorption siehe print

Nukleonen

Protonen & Neutronen $m_N = 1.67 \cdot 10^{-27}$

approx $6 \cdot 10^{23}$ / gramm

Normalerweise hat ein Atom gleich viele Protonen wie Elektronen.

Ausdehnung durch Wärme

$\Delta L = L \cdot \alpha \cdot \Delta T$

koeffizient

$\Delta V = V \cdot \beta \cdot \Delta T$

Ordnungszahl

= Protonenzahl

Gleich viele Protonen = Gleiches Element

Isotop

Gleiches Element, andere Massezahl (Σ Protonen & Neutronen)

=> verschieden viele Neutronen

Periodensystem

Nach Ordnungszahl geordnet.

Ganz rechts Ideale Gase.

"normale" gase sind N, O, F, P, S, Cl

mol. Masse

$M = n \cdot m_{mol}$

$N_{Avogadro} = 6 \cdot 10^{23}$

Gaskonst.

$\left(\frac{\text{Arbeit}}{\text{grad}}\right)/\text{mol}$

$R = N_A k = 8.314 \frac{\text{Joule}}{\text{mol} \cdot \text{Kelvin}}$

Flüssigkeiten

festes Volumen, geringe kompessibilität

Feststoff

Kristallgitter → regelmässige anordnung

Gas

Grössere (mittlere) Entfernung zwischen Molekülen => kleinere zwischenmolekulare Kräfte

Thermisches Gleichgewicht

Wenn gleiche Temp => Körper die in Kontakt stehen im Gleichgewicht.

Wenn in T. G. dann ändern sich p, V, T zeitlich nicht

Wärme [J]

Fun fact: Man dachte es gäbe einen Wärmestoff "caloricum"

Wärmestrahlung *

Abhängig von Form, Material, Oberfläche

Wärmekapazität [J/K]

Körper Unterscheiden sich durch benötigte Energiemenge, um sie um einen Betrag zu erwärmen.

$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \Leftrightarrow \Delta Q = C \Delta T$

Spezifische (pro masse) [J/(gK)]

$c = \frac{\Delta Q}{m \Delta T}$

m: n_{mol}

$\Delta T = \frac{\Delta Q}{c \cdot m}$

Temperaturänderung

$T_1 \to T_2$: $dQ = C(T)dT$

$\Rightarrow Q = \int_{T_1}^{T_2} C(T)\,dt$

Einatomiges Gas

konst Vol => Wärme wird für Temp.erhöhung benutzt

konst Druck => Temperh. & Volumenänderung

Wärmekapazität Festkörper

$C \approx 25 \frac{J}{\text{mol} K}$ für einfache Festkörper

Vom Stoff fast unabhängig

C abhängig von mol, nicht masse!

Phasenübergang

"Latent Wärme" für phasenübergang ohne temperaturänderung

$Q = LM$

Gas Zustandsänderungen

1. Hauptsatz: $dU = W + Q$
Arbeit am System → W, Wärmezufuhr → Q

Adiabatisch: $\Delta U = 0 \Leftrightarrow$ kein Wärmeaustausch
$W = c \cdot \Delta T$

$pV^{\gamma} = \text{konst}$

$TV^{\gamma-1} = \text{konst}$

$\gamma = 1 + \frac{nR}{C}$ $\underline{\text{normalerweise } \frac{5}{3}}$

p, V, T ändern sich simultan

$Tp^{\frac{1-\gamma}{\kappa}} = \text{konstant}$

adiab. Expansion: $V\uparrow$ $U\downarrow$ $T\downarrow$ $P\downarrow$
/Kompression

änderung d. Inneenergie = vom System verrichtete Arbeit W
kein Wärmeaustausch $\Rightarrow \Delta U = W$ $T_2 = T_1\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\frac{2}{3}}$ $p_1 = p_0\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\frac{5}{3}}$

Isobar: $V\uparrow \Rightarrow Q\uparrow$ P konst. $Q = \Delta U - W$

$Q = n \cdot C_{mp} \Delta T = c_p \cdot m \cdot \Delta T$

c_p: spez. Wärmekapazität

n: # mol

C_{mp}: molare Kapaz. eines 1-Atomigen Gases

Isochor: $\Delta U = \frac{3}{2} N k_B \Delta T$ konstantes Volumen

N: # Teilchen

Bsp: Geschlossener Behälter wird erwärmt. V konst $\rightarrow W_{Gas} = 0$

$\gamma - 1 = \frac{nR}{C} = \frac{2}{3}$ ← normalerweise (ideal, einatomig)

$U = N \cdot \text{mittlere } E_{kin} = \frac{3}{2} N k_B (T + \Delta T)$

$N = N_A \cdot n$ $R = N_A \cdot k_B$ $\Delta U = C_{mV} \cdot \Delta T$

C_{mV}: molare Kapaz

Isotherm: $Q > 0 \Rightarrow V\uparrow$
oder äussere Arbeit $\rightarrow V\downarrow \rightarrow$ Entstehende Wärme abgeben

// benutze Q zum T bestimmen wenn isotherm von $V_1 \rightarrow V_2$

$W = -Q = -\int_{V_1}^{V_2} p \, dV$ $p = \frac{N k_B T}{V} = \frac{nRT}{V}$ $W = -p_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

$R = R_S \cdot \frac{m}{n}$ ← # mol

m: masse, R_S: spezifische Gaskonst.

Fläche unter pV-Kurve

$= \int_{V_1}^{V_2} nRT \frac{1}{V} dV = nRT\left[\ln(V)\right]_{V_1}^{V_2} = -nRT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ $dQ + dW = 0$

Aufgabe: Einatomiges Ideales Gas $\Rightarrow$ Isentropenexponent $\gamma = 1 + \frac{nR}{C} = \frac{5}{3}$
in thermisch Isolierten Behälter $\rightarrow$ adiabatisch $\Rightarrow dQ = 0$
$T_1 = 20°C = 293.15 °K$ $p_1 = 5 \text{ bar} = 10^5 \cdot 5 \text{ Pa} = 5 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}$
Volumen kann durch einen Beweglichen Kolben verändert werden.

Es gilt wegen adiabatisch $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$

Temp $\Rightarrow T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = T_1\left(\frac{1}{2}\right)^{\gamma-1} = T_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} = \underline{184.67 °K}$

aus $pV = nRT$ folgt $\frac{p_1 V_1}{T_1} = nR = \frac{p_2 V_2}{T_2}$

Druck $\Rightarrow p_2 = \frac{V_1}{V_2}\frac{T_2}{T_1} p_1 = 0.5 \cdot 0.63 \cdot p_1 = 1.57 \cdot 10^5 \text{ Pa} = \underline{1.57 \text{ bar}}$

Arbeit $W = -\int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = -K \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V^{\gamma}} dV = -\frac{K}{1-\gamma} V^{1-\gamma}\Big|_{V_1}^{V_2} = -\frac{1}{1-\gamma}\Big(\overbrace{p_2 V_2^{\gamma}}^{K} V_2^{1-\gamma}$ (setze $pV^{\gamma} = K$)

$-\underbrace{p_1 V_1^{\gamma}}_{K} V_1^{1-\gamma}\Big) = -\frac{1}{1-\gamma} \cdot (p_2 V_2 - p_1 V_1) \Rightarrow \frac{nR \cdot (-1)}{1-\gamma}(T_2 - T_1) = \frac{nR}{\gamma - 1}(\Delta T) =$ alles Einsetzen.

$V^{1-\gamma} = \frac{V}{V^{\gamma}}$

// W ist negativ wenn Gas Arbeit Leistet.

Blackbody

(wärme) Strahlung emittiert $\overset{\text{proportional}}{\propto} T^4 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{T_1^4}{T_2^4}$

Wien: $\lambda_{max} = \frac{2898\,\mu mK}{T} \Rightarrow \lambda_{max1} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \lambda_{max2}$

Planck: Spektralverteilung: $S(\lambda, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{(hc/(\lambda k_B T))} - 1}$

- S Strahlung = Energie pro Zeit pro Flächeneinheit, senkrecht
- h Planck'sche Konstante
- c light speed
- k_B Boltzmann'sche Konstante
- T Temp in °K

$S(v, T) = 2hv^3 \frac{1}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{hv/k_B T} - 1}$

unit frequency

λ_{max} bestimmt Farbe des Sterns

Wien: $T[K] = \frac{2898}{\lambda_{max}} = \frac{2898}{c} \cdot v_{max} \Rightarrow$ "kleiners $\lambda \Leftrightarrow$ heisser"

Radiance: nach Boltzmann

Energie $= \frac{\overset{\text{Stefan-Boltzmann-Konstante}}{\sigma} T^4 \cdot A}{A_{ziel}} = \frac{A}{A_{ziel}} \cdot \varepsilon \sigma T \;=\Leftarrow$

Emissivity

Emmissive Power $j^* = \sigma T^4 = \varepsilon \sigma T \Rightarrow$ Total Emmissive Power $= A_{star} \cdot \sigma T^4$

$\Downarrow$

Radiance $L = \frac{j^*}{\pi} = \frac{\sigma}{\pi} T$

Solarkonstante $= \frac{P_{total}}{A_{ziel}} \;=\Leftarrow$

Einem Mol eines einatomigen idealen Gases muss bei der isothermen Expansion vom Volumen V_1 zum Volumen $V_2 = 2V_1$ aus einem Wärmereservoir die Wärme $Q = 2000$ J zugeführt werden. Gaskonstante R $= 8.314\ \frac{J}{mol \cdot K}$.

c) Bei welcher Temperatur T findet diese isotherme Expansion statt?

d) Um wieviel hätte sich die Temperatur des Gases erhöht, wenn die Wärme Q bei konstantem Volumen zugeführt worden wäre?

c) Die innere Energie U einer gegebenen Menge eines idealen Gases hängt nur von der Temperatur T ab. Bei einer isothermen Expasnion ($T =$ konst) gilt aslo

$$\begin{aligned}
dU &= 0 && \text{(Isotherm)}\\
dU &= dQ + dW && \text{(1. Hauptsatz)}\\
\rightarrow dQ &= -dW = p \cdot dV
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q &= \int_1^2 dQ = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV \quad \text{mit} \quad pV = nRT\\
&= nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln V|_{V_1}^{V_2} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \cdot \ln 2
\end{aligned}$$

$$T = \frac{Q}{nR \ln 2} = \frac{2000 \text{ J}}{1\text{mol} \cdot R \cdot \ln 2} \approx \underline{347 \text{ K} \sim 74°\text{C}}$$

d) Wärmekapazität eines einatomigen, idealen Gases (für konstantes Volumen):

$$\begin{aligned}
\gamma - 1 &= \frac{nR}{C} = \frac{2}{3} && \text{(vgl. Aufgabe 1c)}\\
C &= \frac{3}{2} nR = 12.5 \text{J/K} && \text{mit } n = 1 \text{ mol}
\end{aligned}$$

$$\Delta T = \frac{\Delta Q}{C} = \underline{160.4 \text{ K}}$$

Das Gas hätte sich bei konstantem Volumen um 160.4°C erwärmt.

$pV = nRT$ $\Delta Q = C\Delta T$ $\gamma = 1 + \frac{nR}{C} = \frac{5}{3}$

Interne Energie

Wärme $\Delta Q = C_{Capacity} \Delta T$

(1. Hauptsatz) Interne Energie $\Delta U = \Delta Q + \Delta W$

negative Arbeit <=> Gas Arbeitet

If I do work on the Gas, the internal energy rises

$\Delta W = \frac{3}{2} R (T_2 - T_1)$

Isotherm

$\Delta Q = -\Delta W$

p/V Graph

Arbeit = Integral

- when t or Q stays const.

adiabatisch

kein Wärmeaustausch

$\Delta Q = 0$

adiab. vs. isotherme Expansion

Bei d. adiabatischen Expo nimmt der Druck schneller ab, bei gleicher Volumenzunahme, weil dann T abnimmt und mit $pV = nRT$ muss p dann nicht nur V sondern auch T ausgleichen.

Isotherm: p muss nur V ausgleichen

adiabat. Arbeit

$W = \int_1^2 dW = -\int_{V_1}^{V_2} p\, dV = -K \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^{\gamma}} = -\frac{K}{1-\gamma} V^{(1-\gamma)} \Big|_{V_1}^{V_2} = -\frac{1}{1-\gamma}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = -\frac{1}{1-\gamma}(T_2 - T_1) nR$

Const

adiabatisch:

$TV^{(\gamma - 1)} = const$

$PV^{\gamma} = const$

$Tp^{\frac{1-\gamma}{k}} = const$

Für einatomige Gase gilt

$\gamma = 1 + \frac{nR}{C_V} = \frac{5}{3}$

Wobei C_V = Kapazität bei konst. Volumen

Radiance

emissive powers per unit Area $j^* = \sigma T^4$ (Stefan-Boltzmann constant)

Radiance $L = \frac{j^*}{\pi} = \frac{\sigma}{\pi} T^4$

Emissivity $\varepsilon \Rightarrow j^* = \varepsilon \sigma T$ for non-black-bodys

Power radiated: $P = A \cdot j^*$

(print for example) (S3, 3.d))

Energie = P / A_{Zeit}

Arbeit

Negativ wenn das Gas die Arbeit leistet

Planck Black-body

radiance per unit frequency

$I(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$

I is energy per time ("power") per unit of surface, in normal direction.

h Plack const.

k is k_B const.

c is light speed

T is temp in °K

per wavelength $I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$

höhere Temp => kleineres maximum

(S9, 3.b) **Wien**

$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$

$b = 2897{,}8$

$[b] = \mu m \frac{K}{T}$

Planck

spectral radiance $B_\nu(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$

- per unit frequency
- per unit wavelength $B_\lambda(\lambda, T) = \frac{2c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1}$

Spektralverteilung

$\int_A^B \Delta Q = Q \Big|_A^B$

$= nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$

$= nRT \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

Wärme-Strahlung

$S_{emittiert} \propto T^4 \Rightarrow \frac{S_A}{S_B} = \frac{T_A^4}{T_B^4}$

Wien für Licht

$\nu\lambda = c$

$T[K] = \frac{2898}{\lambda_{max}} = \frac{2898 \cdot \nu_{max}}{c}$

heisser -> kleineres λ

auch S genannt

dS = Wärmestrahlung / Zeiteinheit / Flächeninhalt im Bereich λ bis $(\lambda + d\lambda)$

$\beta = \frac{v}{c} = \frac{pc}{E}$

$E_{gesamt} / (mc^2) = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \sqrt{1 + \left(\frac{p}{mc}\right)^2}$

$= E_{kin}/E_0 + 1$

<u>Freiheitsgrade</u>

\# Variablen die sich ändern können

Entropie

Für die Entropie S eines Systems gilt $\Delta Q = T \Delta S$ falls es ein reversibler Prozess ist.

Reversiple pressure-Volume Work: $dW = -p dV$

Isentrop

= Entropie bleibt gleich

Isobar => Druck konst

Isochor => Volumen

Carnot - Prozess

~~Isentro~~ Isotherme Kompression

Isentrope Kompression

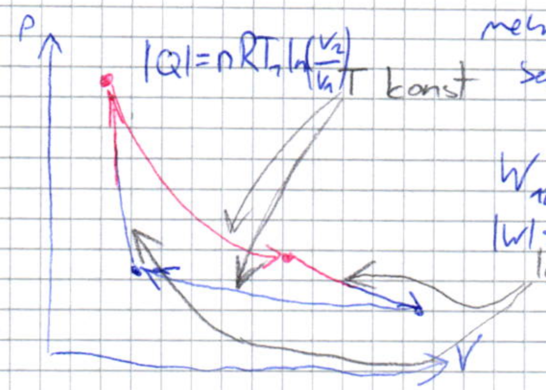
Isotherme Expansion

Isentrope Expansion

$$\frac{|W|}{|Q|}$$

$$\text{Wirkungsgrad} = 1 - \frac{T_{kalt}}{T_{warm}}$$

mehr siehe print Serie 10



$$W_{12} = \int^2 p\,dV = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_2 - T_1)$$

$$|W| = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)(T_1 - T_2)$$

Reversible Prozesse

Änderung d. Entropies

$$dS_{rev} = \frac{dQ_{rev}}{T} = \frac{m \cdot dQ_{gesamt}}{T}$$

geeignet für Phasenwechsel ohne erwärmung

Für Mit erwärmung, kein Phasenwechsel

$$dS_{rev} = \frac{dQ}{T} = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{T}$$

Atome

Schwingen um Gleichgewichtslage.

Energie eines atomaren Oszillators kann nur Natürliche Zahlen als Werte annehmen.

Thermodynamik

$$W_{el} = U \cdot I \cdot \Delta t = W_{therm} = Cm\Delta T$$

Temp ändert durch Wärmezufuhr oder mechan/elektro Arbeit

Elektro Feldkonstante ε_0

$\varepsilon_0 \mu_r c^2 = 1$ (μ_r: magnet. Feldkonst)

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi (10^{-7} c^2)}$$

$$\varepsilon_0 \approx 8{,}85418 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Gleichverteilungssatz

$$U = \frac{3}{2} NkT = \frac{3}{2} pV$$

Energie verteilt sich gleichmässig auf alle Freiheitsgrade (Translation, rotation, Schwingung, ...)

Elektr. elementarladung

$$e = 1.62 \cdot 10^{-19} C$$

mittlere thermische Geschw.

$\approx 10^5$ m/s $\quad v \sim \sqrt{3kT/m_e}$

$$E_{kin} \geq \frac{3}{2} kT$$

Coulomb

$$\vec{F}_{12} = K \cdot \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$$

$$|F| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Schwerkraft ist viel schwächer

Magnete

Keine Elementarteilchen

Magnet. Feldlinien zeigen von Nord nach Süd.

Feldlinien bilden Schleifen.

keine Mono-pole

"Die elektrische und magnetische Wechselwirkung sind versch. Aspekte der selben Eigenschaft einer Materie: elektr. Ladung"

Elektrisch

Feldlinien negativ → positiv

Erde

der geomagnetische Nordpol ist ein Phys. Südpol. Deshalb zeigt die Nordnadel d. Kompass dort hin.

Ändert ca. alle 500'000 Jahre

Gradient

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_{pot}$$

$$\frac{d\,\text{Potential}}{dx} = F$$

$$dE_{pot} = \vec{\nabla} E_{pot}\, d\vec{r}$$

Gradient zeigt in Richtung d. max. Änderung der pot. Energie minus konservative Kräfte.

Geleistete Arbeit ist Wegunabhängig

$$\int_{r_1}^{r_2} F(r)\, dr = -\left(E_{pot}(r_2) - E_{pot}(r_1)\right) = W_{12}$$

Bei nicht-geradlinigen Wegen und nicht-konservativen Kräften ist die Arbeit das Kurvenintegral über das Skalarprodukt aus F und Weg.

Elektr. Kraft ist konservativ

$$E^e_{pot}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r}$$

$$W = \int_A^B \vec{F}_e\, d\vec{r} = -\left(E^e_{pot}(\vec{r}_B) - E^e_{pot}(\vec{r}_A)\right)$$

Pot. Energ. im Feld einer Punktladung Q

$$E^e_{pot}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r} = q \cdot \underbrace{V(r)}_{\text{quellenabhängig}}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{12} = -\vec{\nabla} E^e_{pot} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{|\vec{r}_{12}|}$$

"Elektr. Potential d. Punktladung Q":

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

$$[V(r)] = \text{Volt} = \text{J}/\text{Coulomb}$$

$$\boxed{\text{"Feld"} = \text{Kraft}/\text{Ladung}}$$

Beziehung Potential ⟺ E-Feld

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V(\vec{r})$$

$$\int_A^B \vec{E}\, d\vec{r} = -\frac{1}{q}\left(E^e_{pot}(\vec{r}_B) - E^e_{pot}(\vec{r}_A)\right) = V(\vec{r}_A) - V(\vec{r}_B)$$

"Arbeit pro Ladung, die es braucht um q von A nach B zu bringen."

Spannung

Potentialunterschied zwischen A und B:

$$U_{12} = V(\vec{r}_2) - V(\vec{r}_1) = I \cdot R = \frac{\text{Leistung } P}{I}$$

Stromstärke

Quellenspannung A^{+} ⊖ ^{-}B

Gleichspannung, getrennte Ladung

$$+ \xleftarrow[I]{} \quad \xrightarrow{\vec{U}} \quad -$$

Spannungsabfall A —▭— B

Fliessen setzt Energie als Wärme frei

$$A \xrightarrow[\vec{I}]{\vec{U}} B$$

Elektr. Ladung im E- und B-feld

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$[\vec{E}] = \frac{N}{C} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Ladung}} = \frac{V}{m}$$

$$[\vec{B}] = \frac{\text{Kraft}}{\text{Ladung} \cdot \text{Geschw.}} = \frac{N}{C(m/s)} = T$$

Tesla

$10^{-4}\,T \approx$ Feldstärke des Erdmagnetfelds
$1\,T \approx$ " eines Elektromagneten
$10\text{-}20\,T \approx$ supraleitende Elektromagnete

Gauss

Erdmagnetfeld $\approx 1G = 10^{-4}\,T$

Elektronvolt

Energiezunahme wenn e durch einen Potentialunterschied von 1 Volt beschleunigt wird: $1\,eV = (e)\,\text{Joule} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,J$

Beschleunigung in elektrischem Potential

$$E = mc^2 + E_{kin} + E_{pot} = \gamma mc^2 + qV(\vec{r})$$

Elektronenkanone siehe print!

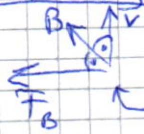
Stromstärke

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} \qquad 1A = \frac{1C}{s}$$

Stromdichte

$$j = \frac{I}{A} \qquad \frac{A}{m^2} = \frac{C}{s \cdot m^2}$$

Richtung der magnetischen Kraft



$$F_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

(q>0) // sonst ist F_B in die andere Richtung

B-Feld leistet keine Arbeit

$$F_B \perp \vec{v} \Rightarrow dW = F_B \cdot d\vec{r} = F_B \cdot \vec{v}\,dt = 0$$

Kein Einfluss auf E_{kin}, die Bahnkurve wird nur gekrümmt.

Stromstärke durch Fläche

$$I = -enA\vec{v}_D$$

dichte der beweglichen Elektronen

$$|v_D| = \frac{I}{enA}$$ (siehe print) ("Kap 10.pdf")

Beschleunigung durch Spannung

$U = 20\,kV \qquad E_{kin} = eU = 20\,keV$ bzw. qU // für proton, e=q

$$\gamma = \frac{E}{mc^2} \approx 1{,}04 \qquad v = \beta c = \sqrt{1-\gamma^{-2}}\,c \approx 0.27c$$

Caution advised

Impuls finden

$$E = mc^2 + (pc)^2$$

Impuls

B-Feld

$$|\vec{F}_B| = evB\sin(\alpha) = evB$$

$$= |F_Z| = \gamma m\omega^2 r = \frac{\gamma m v^2}{r}$$

$$r = \frac{\gamma m v}{eB} \quad \text{bzw.} \quad r = \frac{\gamma m v}{qB}$$

Feldlinien

Magnet: $N \to S$

Strom: $\oplus \to \ominus$

Anderer Ansatz (S 10, 5.a))

γ bestimmen $\Rightarrow \gamma = \frac{E}{mc^2}$

auflösen nach u (oder v)

Magnetbahn Radius

Ablenkung $\to$ Kreisbahn

nicht-relativistisch

$$r = \frac{mv}{eB} = \frac{m\sqrt{2E_{kin}/m}}{eB} = \frac{\sqrt{2Um/e}}{B} \propto \sqrt{m}$$

proportional

oder mit Zentrip.-kraft (S 10, 5.d))

$$qvB = \frac{\gamma m v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{p}{qB}$$

= Lorentzkraft

Ohmsches Gesetz

Elektr. Spannung an Enden des Leiters => E-Feld im Leiter

$$U_{AB} = V(\vec{r}_A) - V(\vec{r}_B) = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_A^B E\,dr = E\underbrace{L}_{\text{Länge}}$$

$$\sigma = en\mu$$

typische mittlere Zeit

$$\mu = \frac{e\tau}{m} \quad \left[\frac{C \cdot s}{kg}\right]$$ ← sieht print

$$\boxed{I = enA\mu E = \frac{\sigma A}{L} U_{AB}}$$

$$[\sigma] = \frac{A}{(Vm)} = (\Omega m)^{-1} = \left(\frac{V}{A} m\right)^{-1}$$

$$U_{AB} = RI = \left(\frac{L}{\sigma A} I\right) \Rightarrow R = \frac{L}{\sigma A}$$

Kirchhoff

1. Ladungserhaltung $\quad \sum I_{in} = \sum I_{out}$
2. Induktionsgesetz $\quad$ Alle Teilspannungen eines Systems addieren sich zu null.

$$R_{Ges} = R_1 + R_2 + \dots + R_n \qquad \frac{1}{R_{Ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Magnetkraft auf elektrischen Strom

Auf einzelnes Elektron: $F = q\vec{v} \times \vec{B} = (-e) v_D \times \vec{B}$

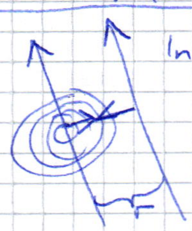
Gesamt auf Leiter mit Querschnitt A, Länge L:

$$F = ALn(-e)\vec{v}_D \times \vec{B} = L\vec{I} \times B$$

Differentialform: $d\vec{F} = L\,d\vec{I} \times \vec{B} = I\,d\vec{L} \times \vec{B}$

Kraft zwischen zwei parallelen Leitern

$F_2 = L I_2 \times \vec{B}_1$ $\quad$ In gleicher Richtung I => Anziehung



Kraft proportional zu $I_1 \cdot I_2$

zu r^{-1}

zu Länge L

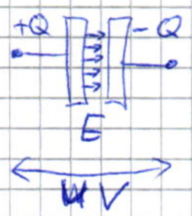
$$B(r) = \frac{F}{LI_2} \overset{\text{„proportional"}}{\propto} \frac{1}{LI_2}\frac{I_1 I_2 L}{r} \propto \frac{I_1}{r}$$

//V ist üblicherweise U

Ladung 1 Coulomb
Kapazität 1 Farad $= 1 \frac{C}{V} = \frac{A \cdot S}{V} = \frac{A^2 s^4}{kg \cdot m^2}$

Kondensator

Energie wird in Pot. Energ gespeichert.



$$Q_{tot} = (-Q)+(+Q) = 0$$

$$\boxed{Q = CV}$$

↑ Kapazität

$$E_{pot} = qV \Rightarrow dW = (dQ)V = \frac{Q}{C}\,dQ$$

$$\cancel{W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2}$$

$$\boxed{E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}(CV^2) = W}$$

Arbeit um Ladung um ΔV verschieben:
$W = q \cdot U$

Berechnung Kapazität siehe print

"Kondensator, der in einer Sekunde durch einen Strom von 1 Ampère auf eine Spannung von 1 Volt aufgeladen wird, hat eine Kapazität von 1 Farad. $\Leftrightarrow$ Kondensator wird durch eine Ladung von 1 A·s = 1 Coulomb auf 1 Volt geladen."

Elektr. Feld berechnen

$U = R \cdot I \qquad R = \frac{L}{\sigma A} = \frac{L}{A} \cdot \frac{U}{A}\,m$

Einfach U, R, I bestimmen => Aufgabe erledigt. Oder sonst alle unbek. Variablen wie z.B. v_D

$I = enA\,v_D(-1)$
↑ Driftgeschw.
↑ # Leitungselektronen / cm3

$n = \rho \frac{1}{M_{mol}} \cdot N_A$
↑ Dichte Leiter

$v_D = -\mu E$

Elektrische Anziehung nach Coulomb

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Normale Schwerkraft

$F_G = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$

$G = 6{,}67408 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$

10^{39} mal schwächer

Formelsammlung Physik: Klassische Mechanik

$1\,\mathrm{bar} = 10^5\,\mathrm{Pa} = 10^5\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$

$1\,\ell = 0.001\,\mathrm{m}^3$

Aus Wikibooks

Formelsammlung Physik

Klassische Mechanik | Wellenlehre | Optik | Akustik | Wärmelehre | Elektrizitätslehre | Elektrodynamik | Atom- und Kernphysik | Quantenphysik | Thermodynamik 2 | Relativitätstheorie | Astronomie | Hydrostatik | Tabellen

siehe auch **Formelsammlung Physik/ Mechanik**

Größe	Formelzeichen	Name der Einheit	Einheitenzeichen	Beziehung zwischen de
Arbeit, Energie	W, E	Joule	J	$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m} = 1\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$
Beschleunigung	a	Meter durch Quadratsekunde	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$	
Dichte	ρ	Masse (Kilogramm) geteilt durch Volumen (Kubikmeter)	$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$	$1\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} = 0{,}001\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$
Drehimpuls	L	Newtonmetersekunde	$\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}$	$1\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}\cdot\mathrm{s} = 1\mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$
Drehmoment	M	Newtonmeter	$\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}$	$1\,\mathrm{N}\cdot\mathrm{m} = 1\,\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$
Druck	p	Pascal	Pa	$1\,\mathrm{Pa} = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = 1\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^2}$
Drehzahl	n	durch Sekunde	$\frac{1}{\mathrm{s}}$	$\frac{1}{\mathrm{s}} = 60\frac{1}{\mathrm{min}}$
Federkonstante	D, k	Newton durch Meter	$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$	$1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} = 1\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}^2}$
Fläche, Flächeninhalt	A	Quadratmeter	m^2	$1\,\mathrm{m}^2 = 1\mathrm{m}\cdot 1\mathrm{m}$
Frequenz	f, ν	Hertz	Hz	$1\,\mathrm{Hz} = \frac{1}{\mathrm{s}}$
Geschwindigkeit	v	Meter durch Sekunde	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	
Impuls	p	Kilogrammmeter durch Sekunde	$\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$1\,\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 1\mathrm{N}\cdot\mathrm{s}$
Kraft	F	Newton	N	$1\,\mathrm{N} = 1\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
Weg	s	**Meter**	m	**Basiseinheit**

$1\,\mathrm{Farad} = 1\,\frac{1}{\mathrm{V}}\cdot\mathrm{As}$

$\mathrm{V}\cdot\mathrm{A}\cdot\mathrm{s} = \mathrm{VC} = \mathrm{J}$

$\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{Vm}} = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$

$1\,\mathrm{Tesla} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Am}} = \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}^2}$

$1\,\mathrm{eV} = 1.60218\cdot 10^{-19}$

$\eta = \frac{Q_1 - Q_3}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ $Q_1 > Q_3$ T_1, T_2 konst

$W = Q_1 - Q_3$ $\frac{V_1}{V_2} \frac{V_3}{V_4}$

zugeführte Wärme

$Q_1 = NkT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$ $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$

$p_2 V_2^{\kappa} = p_3 V_3^{\kappa}$ κ = Adiabatenexp. = $\frac{c_p}{c_v} = 1 + \frac{2}{f}$

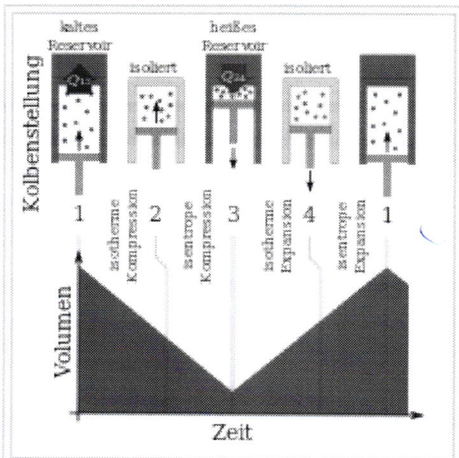
$p_3 V_3 = p_4 V_4$ $Q_3 = NkT_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)$

$p_4 V_4^{\kappa} = p_1 V_1^{\kappa}$

Carnot-Prozess

aus Wikipedia, der freien Enzyklopädie

Der **Carnot-Kreisprozess** oder **-Zyklus** ist ein Gedankenexperiment, das zur Realisierung einer reversiblen Wärme-Kraft-Maschine zur Umwandlung von Wärme in Arbeit dient. Der Carnot-Prozess wurde Anfang des 19. Jahrhunderts von Nicolas Léonard Sadi Carnot entworfen und er legte auch gleichzeitig den Grundstein für das Gebiet der Wärmelehre. Es umfasst einen über einen Kolben verstellbaren Zylinder, der Wärme- und Kältequellen ausgesetzt oder aber thermal isoliert ist, also vor Wärmeaustausch geschützt werden kann. Carnot intendierte diesen rein theoretischen Zyklus nicht als Beschreibung maschineller Prozesse, sondern übertrug mit ihm das Prinzip der Kausalität auf Phänomene, die mit Wärme im Zusammenhang stehen: Da der Kreisprozess umkehrbar ist, lässt sich jedes Stadium als alleiniger Effekt der drei weiteren Stadien darstellen.



Carnot-Maschine als Zeitdiagramm mit Temperatur (rot = heiß und blau = kalt)

Damit bot der Carnot-Zyklus eine wichtige Neuerung in einer Zeit, in der die Übersetzung von Wärmearbeit und mechanischer Arbeit in einander, wie sie in den aufkommenden Dampfmaschinen stattfand, weder gemessen noch theoretisch dargestellt werden konnte. Mit seiner Hilfe konnten erstmals Phänomene, die mit Wärme in Verbindung standen, in die etablierte Theoriesprache der Mechanik übersetzt werden. Im Laufe des 19. Jahrhunderts wurde der Carnot-Zyklus zu einem Dreh- und Angelpunkt der akademischen Auseinandersetzung um Wärme. Mit seiner Reformulierung durch William Thomson und Rudolf Clausius bildete er die Grundlagen für die Probleme der Energieerhaltung und der Entropie.

Wirkungsgrad $\eta = 1 - \frac{T_{kalt}}{T_{warm}}$

=> effizienter machen heißt T_w erhöhen oder T_k verringern

W = Fläche

Inhaltsverzeichnis

Beschreibung

Den Ablauf des Carnot-Prozesses kann man sich so vorstellen, dass ein Gas wechselweise mit einem Wärmereservoir von konstant hoher Temperatur (zur Aufnahme von Wärme) und einem Kältereservoir mit konstant niedrigerer Temperatur (zur Abgabe von Wärme) in Kontakt steht, wobei es wechselweise durch Aufbringen mechanischer Arbeit verdichtet wird und unter Abgabe von mechanischer Arbeit wieder expandiert. Die Differenz zwischen aufgenommener und abgegebener Wärme entspricht im reversiblen Fall der vom Kreisprozess im T-s-Diagramm eingeschlossenen Fläche. Sie ist genau gleich der insgesamt gewonnenen mechanischen Arbeit. Das Gas erreicht nach vollständigem Durchlauf des Prozesses wieder den Ausgangszustand, d. h. alle Zustandsgrößen, wie Temperatur T, Druck p, Volumen V und innere Energie U sind

Abgabe: 24. May 2016

Aufgabe 1: Carnotsche Wärmekraftmaschine

a) Um die Effizienz einer Carnot-Maschine zu erhöhen, sollte man

   i) die Temperatur des warmen Reservoirs senken.

   ii) die Temperatur des kalten Reservoirs erhöhen.

   iii) die Temperatur des warmen Reservoirs erhöhen.

   iv) das Verhältnis des maximalen zum minimalen Volumen des Reservoirs vergrössern.

b) An einem feuchten Tag kondensiert Wasser auf einer kalten Oberfläche. Was geschieht während der Kondensation mit der Entropie des Wassers?

   i) Sie steigt.

   ii) Sie bleibt konstant.

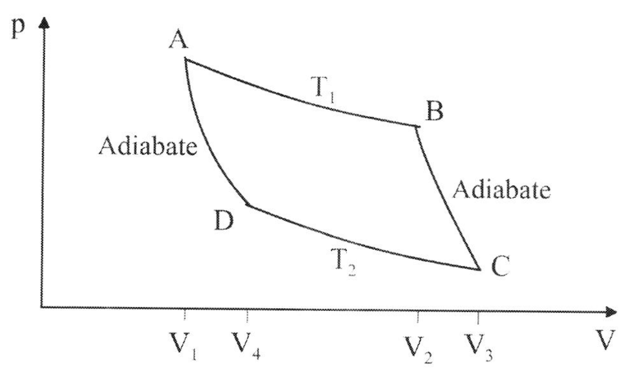
   iii) Sie sinkt.

   iv) Es hängt von der Temperatur der Oberfläche ab.

Eine Carnotsche Wärmekraftmaschine arbeite zwischen zwei Wärmereservoirs mit den Temperaturen T_1 und T_2 ($T_1 > T_2$) und benutze ein ideales Gas als Arbeitsmedium. Ein Zyklus der Maschine besteht aus vier Schritten ($A \to B \to C \to D \to A$, siehe Skizze):
1. Schritt: Das Arbeitsgas ist in Kontakt mit dem Reservoir der Temperatur T_1 und expandiert isotherm vom Volumen V_1 zum Volumen V_2.
2. Schritt: Das Arbeitsgas ist thermisch isoliert und expandiert adiabatisch zum Volumen V_3.
3. Schritt: Das Gas wird im Kontakt mit dem Reservoir der Temperatur T_2 isotherm vom Volumen V_3 auf das Volumen V_4 komprimiert.
4. Schritt: Das Arbeitsgas ist thermisch isoliert und wird adiabatisch auf das ursprüngliche Volumen V_1 komprimiert.

c) Wieviel Wärme wird dem Reservoir im 1. Schritt entnommen? Was ist die totale mechanische Arbeit, die die Maschine während eines ganzen Zyklus leistet?

d) Berechnen Sie den Wirkungsgrad ε dieser Maschine für $T_1 = 400\,^0$C und $T_2 = 20\,^0$C.



Lösungen

Aufgabe 1: Carnotsche Wärmekraftmaschine

a) iii) Der Wirkungsgrad (Effizienz) ist definiert als, $\eta = 1 - T_K/T_W$, wobei T_K die Temperatur des kalten und T_W diejenige des warmen Reservoirs ist. Um die Effizienz zu erhöhen muss man den Faktor $\frac{T_K}{T_W}$ minimieren, also entweder T_W erhöhen und/oder T_K verkleinern.

b) iii) Wenn Wasser kondensiert, sinkt die Entropie, da der flüssige Zustand geordneter ist als der Gaszustand. Die Entropie der Umgebung hingegen nimmt zu.

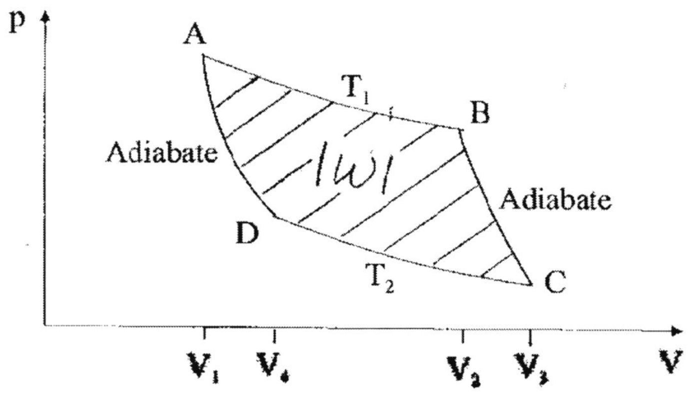
c) Isotherme Expansion bei der Temperatur T: $(dU = 0)$

$$|Q| = \int_{V_1}^{V_2} pdV = nRT_1 \cdot \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Es gilt:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + W_4, \quad \text{mit}$$
$$W_1 = -\int_{V_1}^{V_2} pdV \quad ; \quad W_2 = -\int_{V_2}^{V_3} pdV$$
$$W_3 = -\int_{V_3}^{V_4} pdV = \int_{V_4}^{V_3} pdV \quad (V_4 < V_3)$$
$$W_4 = -\int_{V_4}^{V_1} pdV = \int_{V_1}^{V_4} pdV \quad (V_1 < V_4)$$

D.h., $|W| = -W$ ist gleich der Fläche des Vierecks $ABCD$, das durch die 2 Isothermen und die zwei Adiabaten begrenzt ist:



Da in einer adiabatischen Expansion (Kompression) geleistete Arbeit nur von der Temperaturdifferenz abhängt, kompensieren sich die bei den Schritten 2 und 4 geleisteten Arbeiten:

$$W_2 + W_4 = -\int_{V_2}^{V_3} pdV + \int_{V_1}^{V_4} pdV = -\frac{nR}{\gamma - 1}\left[T_1 - T_2 - (T_1 - T_2)\right] = 0$$

$$\rightarrow |W| = -W_1 - W_3 = \int_{V_1}^{V_2} pdV - \int_{V_4}^{V_3} pdV$$
$$= nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) - nRT_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)$$

Mit Hilfe der Adiabatengleichung $T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$ (adiabatische Expansion $3 \rightarrow 4$) und $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$ (adiabatische Kompression $4 \rightarrow 1$) erhält man $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$ und damit

$$|W| = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)(T_1 - T_2)$$

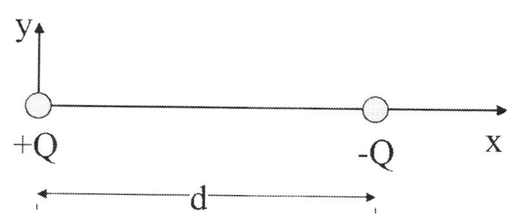
d) Wirkungsgrad der Carnot-Maschine:

$$\epsilon = \frac{|W|}{|Q|}$$

$$|W| = nR \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)(T_1 - T_2) \quad \text{Aufg. c)}$$
$$|Q| = nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\rightarrow \underline{\epsilon} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{293.15\ \text{K}}{673.15\ \text{K}} = \underline{0.56}$$

Aufgabe 2: Elektrischer Dipol



a) iv) Die zwei Ladungen sind gleichnamig, also stossen sie sich ab. Die Stärke der Kräfte ist dieselbe wegen des Coulombschen Gesetzes.

b) iii) Die potentielle Energie $E_{pot} \propto q/r$, also falls Ladung und Abstand sich verdoppeln, wird die potentielle Energie gleich bleiben.

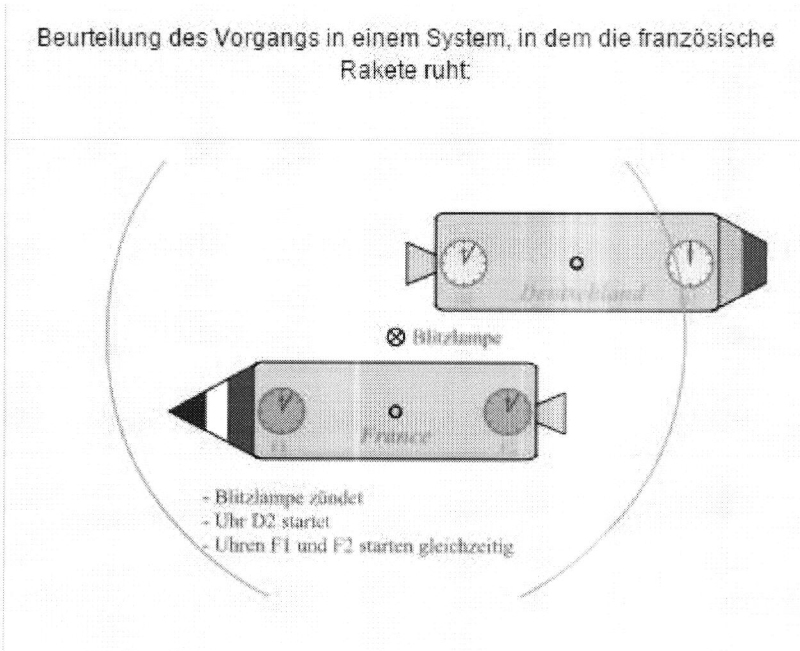
c) In jedem Punkt werden die Felder, die von $+Q$ und $-Q$ erzeugt werden vektoriell addiert:

$$\vec{E} = \vec{E}_{+Q} + \vec{E}_{-Q}$$

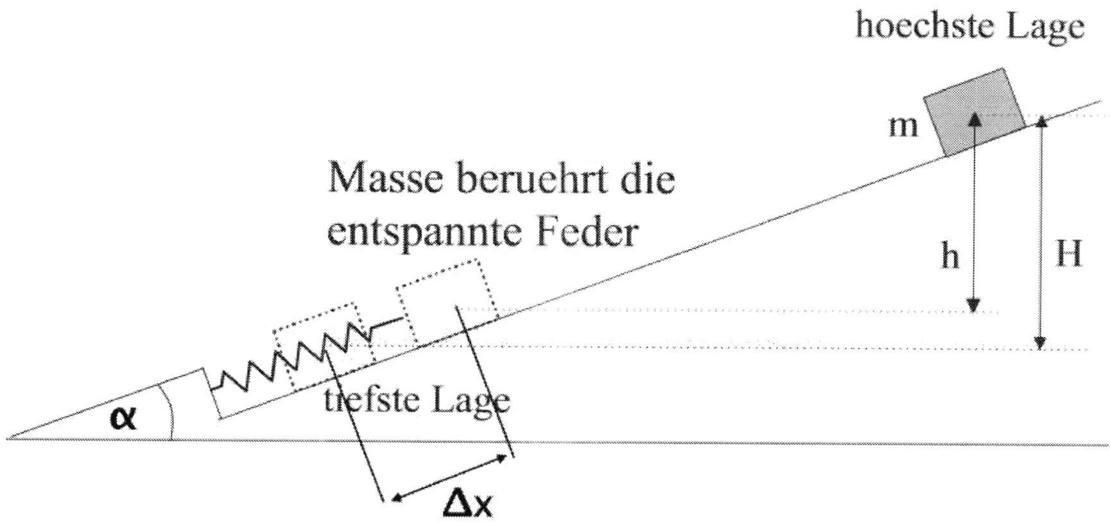
Auf der x-Achse gibt es nur eine x-Komponente; beide Felder, $\vec{E}_{+Q}$ und $\vec{E}_{-Q}$ zeigen in pos. x-Richtung.

print

Mittwoch, 22. Juni 2016 13:59



(Serie 8, 2. c))



Für die tiefste Lage (H maximal) muss der Wurzelausdruck addiert werden:

$$\underline{H = h + \frac{mg}{k}\sin^2\alpha + \sqrt{\left(h + \frac{mg}{k}\sin^2\alpha\right)^2 - h^2}}$$

Symmetrisches Minkowski-Diagramm [Bearbeiten | Quelltext bearbeiten]

Sofern nur zwei Inertialsysteme betrachtet werden, kann die unterschiedliche Skalierung auf den Achsen vermieden und eine symmetrische Darstellung erreicht werden. Denn zwischen zwei relativ bewegten Inertialsystemen existiert immer ein drittes, in dem sich die beiden anderen mit gleicher Geschwindigkeit in entgegengesetzte Richtung bewegen („Mittelsystem"). Wenn $\beta = v/c$ und $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ zwischen zwei Inertialsystemen S und S' gegeben sind, dann sind sie folgendermaßen mit den entsprechenden Größen im Mittelsystem S_0 verbunden:[4][5]

$$(1) \qquad \beta = \frac{2\beta_0}{1+\beta_0^2},$$

$$(2) \qquad \beta_0 = \frac{\gamma - 1}{\beta\gamma}.$$

Wenn beispielsweise $\beta = 0,5$ zwischen S und S' gegeben ist, dann bewegen sie sich gemäß (2) in ihrem Mittelsystem S_0 mit annähernd ±0.268 c in jeweils entgegengesetzter Richtung. Oder wenn $\beta_0 = 0,5$ in S_0 gegeben ist, dann ist gemäß (1) die Relativgeschwindigkeit zwischen S und S' in ihren eigenen Ruhesystemen gegeben mit 0,8 c. Die Konstruktion der entgegengesetzt gerichteten Achsen von S und S' erfolgt dann nach der gewöhnlichen Methode mit $\tan\alpha = \beta_0$ in Bezug auf die orthogonalen Achsen des Mittelsystems (siehe Bild 1).

Es zeigt sich jedoch, dass die Konstruktion dieser symmetrischen Minkowski-Diagramme wesentlich vereinfacht werden kann, wobei weder das Mittelsystem S_0 noch β_0 aufgeführt werden müssen, sondern lediglich β zwischen S und S'.[6] Wenn φ der Winkel ist zwischen der ct'- und ct-Achse (und zwischen der x- und x'-Achse), und θ zwischen der x'- und ct'-Achse, dann ergibt sich:[7][8]

$$\sin\varphi = \cos\theta = \beta,$$
$$\cos\varphi = \sin\theta = 1/\gamma,$$
$$\tan\varphi = \cot\theta = \beta \cdot \gamma.$$

Daraus ergeben sich beispielsweise die zwei folgenden Konstruktionsmethoden (Bild 2): Die x-Achse wird zuerst senkrecht zur ct'-Achse gezeichnet, dann werden die x' und ct-Achsen im Winkel φ beigefügt, oder die x'-Achse wird im Winkel θ bezüglich der ct'-Achse gezeichnet, dann die x-Achse senkrecht zur ct'-Achse und die ct-Achse senkrecht zur x'-Achse beigefügt. Zusätzlich (Bild 3) ergibt sich, dass die Parallelprojektionen von Vektor R seinen kontravarianten Komponenten $(x, t; x', t')$ entsprechen, und die Orthogonalprojektionen $(\xi, \tau; \xi', \tau')$ seinen kovarianten Komponenten.

Bezeichnung	Symbol	Faktor	Vielfaches	**Anmerkungen**, für Beispiele solcher Längen siehe Größenordnung (Länge)
Myriameter		10^4	10 km	veraltet, siehe Myriameterstein, nicht SI-konform
Kilometer	km	10^3	1 000 m	
Hektometer	hm	10^2	100 m	vor allem verwendet bei Artillerie und Marine, Hektometerstein an Straßen
Dekameter	dam	10^1	10 m	zunächst *Kette*[6]
Meter	m	10^0	10 dm	zunächst *Stab*[6]
Dezimeter	dm	10^{-1}	10 cm	veraltet *Decimeter* (um 1900)
Zentimeter	cm	10^{-2}	10 mm	zunächst *Neuzoll*[6]
Millimeter	mm	10^{-3}	1 000 µm	zunächst *Strich*[6]
Mikrometer	µm	10^{-6}	1 000 nm	veraltet *Mikron*, im technischen Sprachgebrauch auch kurz µ (Aussprache „mü")
Nanometer	nm	10^{-9}	1 000 pm	heute gebräuchlich für die Wellenlänge von Licht
Ångström	Å	10^{-10}	100 pm	früher gebräuchlich für Wellenlänge von Licht und in der Kristallographie
Pikometer	pm	10^{-12}	1 000 fm	
Femtometer	fm	10^{-15}		in der Kern- und Teilchenphysik als *Fermi*

Bezeichnung	Symbol	Faktor	Vielfaches	**Anmerkungen**, für B
Myriameter		10^4	10 km	veraltet, siehe Myriar
Kilometer	km	10^3	1 000 m	
Hektometer	hm	10^2	100 m	vor allem verwendet
Dekameter	dam	10^1	10 m	zunächst *Kette*[6]
Meter	m	10^0	10 dm	zunächst *Stab*[6]
Dezimeter	dm	10^{-1}	10 cm	veraltet *Decimeter* (u
Zentimeter	cm	10^{-2}	10 mm	zunächst *Neuzoll*[6]
Millimeter	mm	10^{-3}	1 000 µm	zunächst *Strich*[6]
Mikrometer	µm	10^{-6}	1 000 nm	veraltet *Mikron*, im te „mü")
Nanometer	nm	10^{-9}	1 000 pm	heute gebräuchlich f
Ångström	Å	10^{-10}	100 pm	früher gebräuchlich f
Pikometer	pm	10^{-12}	1 000 fm	
Femtometer	fm	10^{-15}		in der Kern- und Teilc

Femtometer = Fermi

Eigenschaften der Wärmestrahlung

- **Absorption, Reflexion und Emission:** die Eigenschaften der Körper werden mit zwei Parametern beschrieben: **Absorptionsgrad α und Emissionsgrad ε**

Stoff	ε	Stoff	ε
Buchenholz	0.94	Eisen (poliert)	0.04...0.19
Eis, glatt, Dicke > 4 mm	0.97	Eisen (oxidiert)	0.32...0.60
Emaillelack, weiß	0.91	Eisen (blank geschmirgelt)	0.24
Kohle	0.81	Eisen (angerostet)	0.61
Papier, weiß, matt	0.92	Gold (poliert)	0.02...0.04
Reifbelag, rau	0.99	Kupfer (poliert)	0.01...0.02
Sand	0.76	Kupfer (oxidiert)	0.76
Tafelglas, 6 mm dick	0.91	Aluminium	0.04
Wasser, Dicke > 0,1 mm	0.97	Platin	0.05

- **Strahlung eines schwarzen Körpers** (Definition eines "idealen Strahlers"): **ein idealisierter Körper mit $\alpha = \varepsilon = 1$**

C.Grab - Physik für Informatiker - FS16 86

Emission und Absorption der Wärmestrahlung

- **Einige Begriffe:**
  - Absorptionsgrad = absorbierte Strahlungsleistung / einfallende Strahlungsleistung
  - Reflexionsgrad = reflektierte (zurückgeworfene) Strahlungsleistung / einfallende Strahlungsleistung
  - Emissionsgrad = emittierte Strahlungsleistung / emittierte Strahlungsleistung eines idealen schwarzen Strahlers
  - Als schwarzen Strahler bezeichnet man eine Fläche, die bei allen Frequenzen Wärmestrahlung vollständig absorbiert; und auch maximal abstrahlt. ==> A=1; E=1; R=0
  - Eine "weisse Fläche" absorbiert nicht, reflektiert alles: => A=0; E=0; R=1
  - Strikte sind diese Grössen Wellenlänge-abhängig: "spektrale Grössen"

C.Grab - Physik für Informatiker - FS16 87

87

Temperature of stars [edit]

The temperature of stars other than the Sun can be approximated using a similar means by treating the emitted energy as a black body radiation:[4] So:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4$$

where L is the luminosity, σ is the Stefan–Boltzmann constant, R is the stellar radius and T is the effective temperature. This same formula can be used to compute the approximate radius of a main sequence star relative to the sun:

$$\frac{R}{R_\odot} \approx \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{L}{L_\odot}}$$

where $R_\odot$ is the solar radius, $L_\odot$ is the solar luminosity, and so forth.

With the Stefan–Boltzmann law, astronomers can easily infer the radii of stars. The law is also met in the thermodynamics of black holes in so-called Hawking radiation.

Effective Temperature of the Earth [edit]

Similarly we can calculate the effective temperature of the Earth $T_\oplus$ by equating the energy received from the Sun and the energy radiated by the Earth, under the black-body approximation. The luminosity of the Sun, $L_\odot$, is given by:

$$L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4$$

At Earth, this energy is passing through a sphere with a radius of a_0, the distance between the Earth and the Sun, and the irradiance (received power per unit area) is given by

$$E_\oplus = \frac{L_\odot}{4\pi a_0^2}$$

The Earth has a radius of $R_\oplus$, and therefore has a cross-section of $\pi R_\oplus^2$. The radiant flux (i.e. solar power) absorbed by the Earth is thus given by:

$$\Phi_{abs} = \pi R_\oplus^2 \times E_\oplus :$$

Assuming the exchange is in a steady state, the flux emitted by Earth must equal the flux absorbed, and so:

$$\begin{aligned} 4\pi R_\oplus^2 \sigma T_\oplus^4 &= \pi R_\oplus^2 \times E_\oplus \\ &= \pi R_\oplus^2 \times \frac{4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4}{4\pi a_0^2} \end{aligned}$$

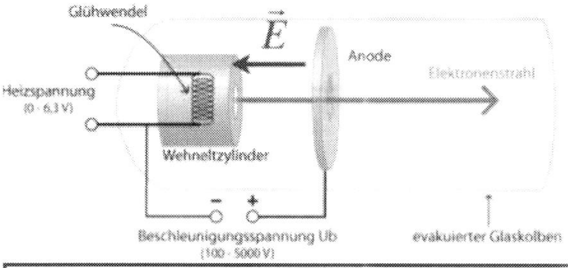
$T_\oplus$ can then be found:

$$\begin{aligned} T_\oplus^4 &= \frac{R_\odot^2 T_\odot^4}{4 a_0^2} \\ T_\oplus &= T_\odot \times \sqrt{\frac{R_\odot}{2 a_0}} \\ &= 5780\ \mathrm{K} \times \sqrt{\frac{696 \times 10^6\ \mathrm{m}}{2 \times 149.598 \times 10^9\ \mathrm{m}}} \\ &\approx 279\ \mathrm{K} \end{aligned}$$

where $T_\odot$ is the temperature of the Sun, $R_\odot$ the radius of the Sun, and a_0 is the distance between the Earth and the Sun. This gives an effective temperature of 6 °C on the surface of the Earth, assuming that it perfectly absorbs all emission falling on it and has no atmosphere.

Bezeichnung	Symbol	Faktor	Als Vielfaches	Anmerkungen, für Beispiele solcher Längen siehe Größenordnung (Länge)
Myriameter		10^4	10 km	veraltet, siehe Myriameterstein, nicht SI-konform
Kilometer	km	10^3	1 000 m	
Hektometer	hm	10^2	100 m	vor allem verwendet bei Artillerie und Marine, Hektometerstein an Straßen
Dekameter	dam	10^1	10 m	zunächst *Kette*[6]
Meter	m	10^0	10 dm	zunächst *Stab*[6]
Dezimeter	dm	10^{-1}	10 cm	veraltet *Decimeter* (um 1900)
Zentimeter	cm	10^{-2}	10 mm	zunächst *Neuzoll*[6]
Millimeter	mm	10^{-3}	1 000 µm	zunächst *Strich*[6]
Mikrometer	µm	10^{-6}	1 000 nm	veraltet *Mikron*, im technischen Sprachgebrauch auch kurz µ (Aussprache „mü")
Nanometer	nm	10^{-9}	1 000 pm	heute gebräuchlich für die Wellenlänge von Licht und in der Nanotechnologie
Ångström	Å	10^{-10}	100 pm	früher gebräuchlich für Wellenlänge von Licht und in der Kristallographie
Pikometer	pm	10^{-12}	1 000 fm	
Femtometer	fm	10^{-15}		in der Kern- und Teilchenphysik als *Fermi*

- **Elektronenkanone**: Beschleunigung der Elektronen in einem elektrischen Feld → *Elektronenstrahl*



$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$$

$$E_{kin} = eU_b \approx \frac{1}{2}mv^2$$

Geschwindigkeit der Elektronen: $\boxed{v \approx \sqrt{\frac{2e}{m}U_b}}$

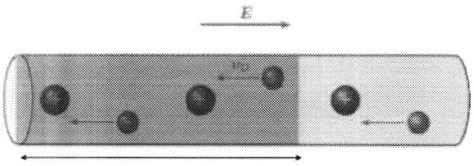
(nicht relativistischer Fall)

- **Elekt**
elektı

Berechnung des elektrischen Stroms

- Wir betrachten die Bewegung mit der Driftgeschwindigkeit der Elektronen v_D während eines Zeitintervalls Δt:

$$\Delta x = v_D \Delta t$$



- **Alle Elektronen, die sich im Volumen (AΔx) befinden, werden die Fläche A während Δt durchqueren.**
- n = Dichte der beweglichen Elektronen (Ladungsträger/Vol)
- **Die Stromstärke des Stroms, der durch die Fläche A fliesst:**

Vektorielle Gleichung:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{(-enA\Delta x)}{\Delta t} = -enAv_D \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{I} = -enA\vec{v}_D}$$

Beweglichkeit der Elektronen

- **Thermische Bewegung der Elektronen:**

  Gleichverteilungssatz (3 Freiheitsgrade): $< E_{\text{kin}} >= \frac{3}{2}kT$

  Mittlere thermische Geschwindigkeit $\approx 10^5$ ***m/s***

- **Driftbewegung der Elektronen:**

  Typische Geschwindigkeit $\approx 10^{-3}$ ***mm/s***

  $$|v_D| = \frac{I}{enA}$$

- **Def: Beweglichkeit der Elektronen μ:**

$$\boxed{\vec{v}_{\text{D}} = \vec{a}\tau = \frac{-e\vec{E}}{m}\tau = -\mu\vec{E}}$$

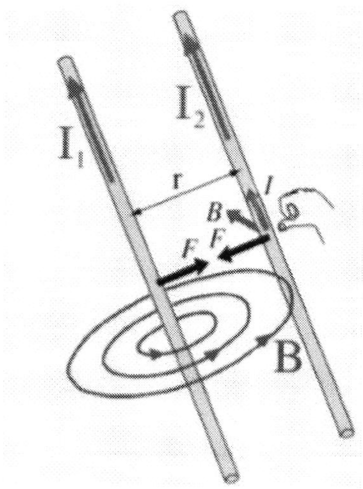
$$\mu = \frac{e\tau}{m} \left[\frac{C \cdot s}{kg}\right]$$

$$\boxed{I = enA\mu E}$$

τ = typ. mittlere Zeit zwischen zwei Elektron-Ion Kollisionen

Kraft zwischen zwei parallelen Leitern

- Zwei parallele Leiter A und B im Abstand r voneinander werden von Strömen I_1 und I_2 durchflossen



$$\vec{F}_2 = L\vec{I}_2 \times \vec{B}_1$$

1) B-Feld von Draht 1 mit Strom I_1
2) Die Kraft auf den Leiter 2 mit Strom I_2 wirkt nach links.

In ähnlicher Weise wirkt eine Kraft auf den Leiter 1.
Sie liegt in der Ebene der Leiter und wirkt nach rechts.

Anziehung bei gleicher Richtung von I!

Eine Carnotsche Wärmekraftmaschine arbeite zwischen zwei Wärmereservoirs mit den Temperaturen T_1 und T_2 ($T_1 > T_2$) und benutze ein ideales Gas als Arbeitsmedium. Ein Zyklus der Maschine besteht aus vier Schritten ($A \to B \to C \to D \to A$, siehe Skizze):
1. Schritt: Das Arbeitsgas ist in Kontakt mit dem Reservoir der Temperatur T_1 und expandiert isotherm vom Volumen V_1 zum Volumen V_2.
2. Schritt: Das Arbeitsgas ist thermisch isoliert und expandiert adiabatisch zum Volumen V_3.
3. Schritt: Das Gas wird im Kontakt mit dem Reservoir der Temperatur T_2 isotherm vom Volumen V_3 auf das Volumen V_4 komprimiert.
4. Schritt: Das Arbeitsgas ist thermisch isoliert und wird adiabatisch auf das ursprüngliche Volumen V_1 komprimiert.

1. Kreisbahn im Gravitationsfeld

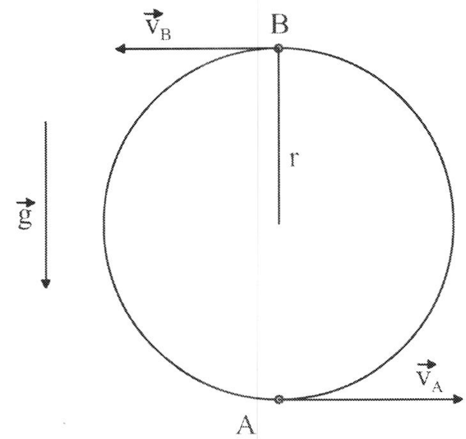
Eine (Punkt-) Masse $m = 1$ kg ist an einem masselosen Faden befestigt und bewegt sich im (konstanten) Gravitationsfeld der Erde auf einer vertikalen Kreisbahn mit Radius $r = 1$ m (siehe Figur). Der Luftwiderstand wird vernachlässigt.
Erdbeschleunigung $g = 9.81\ m/s^2$.

a) Wie gross muss die Geschwindigkeit v_B der Masse im höchsten Punkt B mindestens sein, damit sie sich auf der Kreisbahn bewegt? *(1 Punkt)*

b) Welche Arbeit W leistet die Fadenkraft $\vec{F}_F$ an der Masse auf dem Halbkreis von B nach A? *(1 Punkt)*

c) Die Geschwindigkeit der Masse im höchsten Punkt B der Kreisbahn betrage $v_B =$ 5 m/s. Wie gross ist ihre Geschwindigkeit im tiefsten Punkt A? *(1 Punkt)*

d) Wie gross ist die Fadenkraft S_A im tiefsten Punkt für die Geschwindigkeiten der Aufgabe c)? *(1 Punkt)*



2. Rakete im Gravitationsfeld

Eine Rakete mit der Masse (Rakete **ohne** Treibstoff) M_R = 200 Tonnen wird mit M_T = 300 Tonnen Treibstoff aufgetankt und von der Erdoberfläche senkrecht nach oben gestartet. Die konstante Verbrennungsrate ist dm/dt = 5000 kg/s und die ebenfalls konstante Ausströmgeschwindigkeit der Verbrennungsgase relativ zur Rakete betrage u = 2000 m/s. Die Zeit T_v bis der gesamte Treibstoff verbrannt ist sei so kurz, dass während der ganzen Verbrennungsphase mit konstanter Erdbeschleunigung $g = 9.81\ m/s^2$ gerechnet werden kann. Der Luftwiderstand wird vernachlässigt.
Gravitationskonstante $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$, der Erdradius ist $R_E = 6380$ km, und die Erdmasse beträgt $M_E = 6 \cdot 10^{24}$ kg.

a) Wie gross ist die Schubkraft F_{Sch} der Rakete, und wie lange dauert die Verbrennungsphase T_v? (*1 Punkt*)

b) Wie gross ist die Beschleunigung a der Rakete unmittelbar nach dem Zünden, $a(t = 0)$, und zur Zeit T_v, $a(T_v)$, unmittelbar bevor der Treibstoff verbrannt ist? (*1 Punkt*)

c) Wie gross ist die Geschwindigkeit $v(T_v)$ der Rakete zum Zeitpunkt T_v wenn aller Treibstoff verbrannt ist? Vergleichen Sie die Geschwindigkeit $v(T_v)$ mit der Fluchtgeschwindigkeit von der Erdoberfläche. (*1 Punkt*)

d) Wir nehmen an, dass die Verbrennungsphase (Zeit, bis aller Treibstoff verbrannt ist) 50 s dauert, d.h., T_v = 50 s. Die Ausströmgeschwindigkeit relativ zur Rakete beträgt wieder u = 2000 m/s. Wie gross müsste das Verhältnis der Treibstoff- zur Raketenmasse, M_T/M_R, sein, damit die Rakete in diesen 50 s auf die Fluchtgeschwindigkeit v_{Fl} von der Erdoberfläche beschleunigt wird?
Bemerkung: Die Höhe über der Erdoberfläche, die die Rakete in den 50 s erreicht, sei so klein (verglichen mit dem Erdradius), dass die Fluchtgeschwindigkeit auf der Erdoberfläche verwendet werden kann.

4. Kreisprozess eines idealen Gases

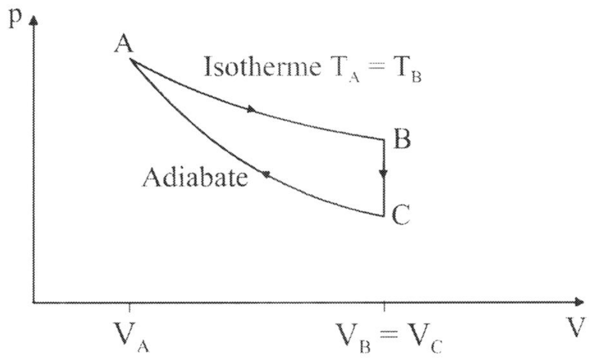
Ein einatomiges, ideales Gas ($\gamma = 5/3$) hat am Anfang des Kreisprozesses eine Temperatur $T_A = 200^0$C, einen Druck von $p_A = 5$ bar und ein Volumen von $V_A = 20\ \ell$.
Im ersten Schritt des Kreisprozesses dehnt sich das Gas isotherm vom Volumen V_A bis zum Volumen $V_B = 2V_A$ aus, dabei wird dem Gas aus einem Wärmereservoir mit der Temperatur 200^0C die Wärmemenge Q zugeführt. Im zweiten Schritt wird das Gas bei konstant gehaltenem Volumen auf eine Temperatur T_C eines kälteren Reservoirs abgekühlt. Die Temperatur T_C ist so gewählt, dass das Gas im dritten Schritt durch eine adiabatische Zustandsänderung vom Punkt C in den Ausgangspunkt A zurück geführt wird.
Die Boltzmann-Konstanten ist $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K, die Gaskonstante ist $R = 8.314$ J/(mol K), und für das einatomige, ideale Gas ist $\gamma = 5/3$.

a) Wieviele Atome enthält das Gas und was ist seine Wärmekapazität bei konstantem Volumen? *(1 Punkt)*

b) Welche Wärmemenge Q wurde dem Gas bei der isothermen Expansion im ersten Schritt vom Reservoir der Temperatur 200^0C zugeführt? *(1 Punkt)*

c) Wie gross muss die Temperatur T_C des kälteren Reservoirs gewählt werden, damit die Punkte A und C durch eine Adiabate verbunden werden können, und wie gross ist die Wärmemenge Q', die vom Gas bei der Abkühlung von T_B auf T_C ans kältere Reservoir abgegeben wird? *(1 Punkt)*

d) Welche Arbeit W leistet das Gas während eines Zyklus? *(1 Punkt)*



3. Harmonische Schwingung

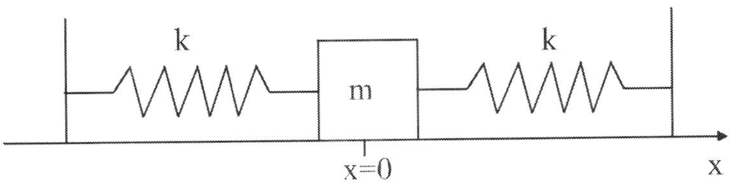
Eine Masse $m = 1$ kg gleitet reibungsfrei auf einer horizontalen Unterlage. Die Masse ist zwischen zwei identischen Federn mit je der Federkonstante $k = 0.5$ N/cm eingespannt (siehe Figur). In der Position $x = 0$ ist die Masse in der Ruhelage, d.h., es wirkt keine Kraft auf sie, und beide Federn sind entspannt. Wenn die Masse aus der Ruhelage ausgelenkt und losgelassen wird, führt sie eine harmonische Schwingung um die Ruhelage aus.

a) Geben Sie die Differentialgleichung für die Funktion $x(t)$ der harmonischen Schwingung an und berechnen Sie die Periodendauer T der Schwingung. *(1 Punkt)*

b) Die Masse werde um $x_0 = 2$ cm aus der Ruhelage ausgelenkt und zur Zeit $t = 0$ aus der Ruhe losgelassen. Geben Sie die Bewegungsfunktion $x(t)$ und die totale Energie $E_{tot} = E_{kin,m} + E_{pot,Feder}$ der Schwingung an. *(1 Punkt)*

c) Die Masse bewege sich mit der Geschwindigkeit $v = 0.5$ m/s durch die Ruhelage bei x = 0. Wie gross ist die Amplitude x_0 dieser harmonischen Schwingung, und was ist die Beschleunigung $a(x_0)$ der Masse bei $x = x_0$? *(1 Punkt)*

d) Die allgemeine Bewegungsgleichung der harmonischen Schwingung kann geschrieben werden als $x(t) = x_0 sin(\omega t + \delta)$. Berechnen Sie die Amplitude x_0 und die Phasenkonstante δ für die Anfangsbedingungen $x(t = 0) = 2$ cm und die Geschwindigkeit $v(t = 0)$ = 0.1 m/s. *(1 Punkt)*



5. Relativistische Myonen

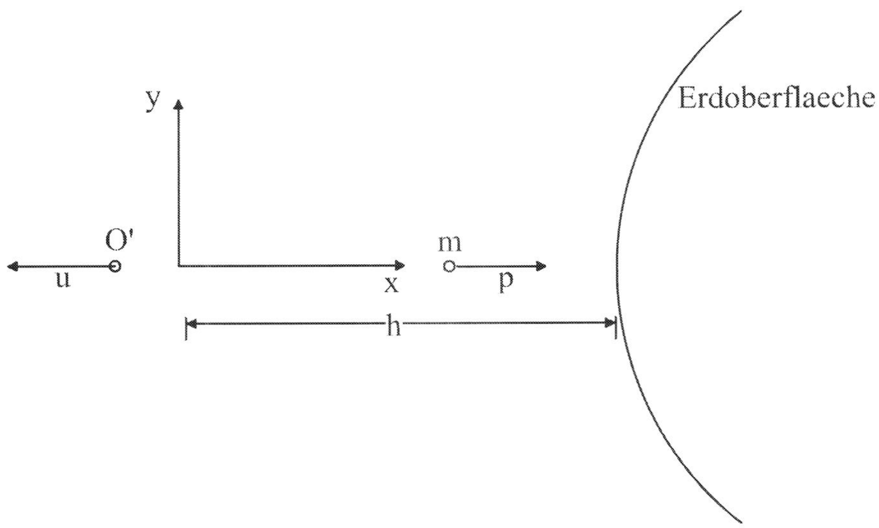
Die Myonen werden in der oberen Atmosphäre erzeugt durch die Wechselwirkung von hochenergetischen Protonen der kosmischen Strahlung mit Atomkernen der Atmosphäre. Ein Myon werde in einer Höhe von $h = 20$ km über der Erdoberfläche erzeugt und fliege radial mit einem konstanten Impuls von $p = 1000$ MeV/c = 1 GeV/c auf die Erde zu (siehe Figur). Das in der Figur gezeigte Koordinatensystem ist relativ zur Erde in Ruhe, hat seinen Ursprung am Entstehungsort des Myons, und die x-Achse zeigt zum Erdmittelpunkt. Die Erzeugung des Myons und das Auftreffen des Myons auf der Erdoberfläche definieren zwei Ereignisse E_1, resp. E_2. Die Ruhemasse des Myons beträgt $m = 105.7\ MeV/c^2$; die Lichtgeschwindigkeit ist $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

a) Wie gross ist die totale Energie E und die kinetische Energie E_{kin} des Myons (für einen ruhenden Beobachter auf der Erde)? (*1 Punkt*)

b) Wie gross ist das Zeitintervall Δt zwischen der Erzeugung des Myons (E_1) und dem Auftreffen des Myons auf der Erdoberfläche (E_2) für einen (ruhenden) Beobachter auf der Erde, und wie lange dauert es vom Ruhesystem des Myons aus gesehen (Eigenzeit $\Delta\tau$)? (*1 Punkt*)

c) Was ist das invariante Raumzeit-Intervall $(\Delta s)^2$ zwischen den Ereignissen E_1 und E_2, und wie gross ist der räumliche Abstand d_{My} der zwei Ereignisse im Ruhesystem des Myons (nicht die Lorentz-Kontraktion der Höhe h). (*1 Punkt*)

d) Ein Beobachter O', bewegt sich mit der Geschwindigkeit $u = 0.5$ c von der Erde weg, parallel, aber in entgegengesetzter Richtung zum Myon (siehe Figur). Wie gross ist das Zeitinterval $\Delta t'$ zwischen den zwei Ereignissen für den Beobachter O'? (*1 Punkt*)



6. Geladener kreisförmiger Leiter

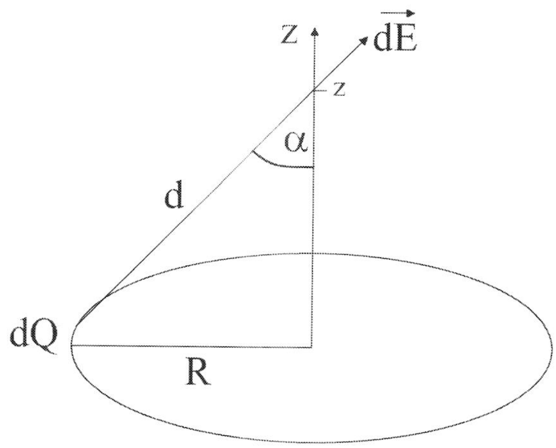
Ein kreisförmiger Ringleiter mit Radius R ist mit der Ladung $+Q$ homogen geladen (die Dicke des Rings sei vernachlässigbar). Die z-Achse stehe senkrecht auf der Leiterebene und der Nullpunkt ist der Kreismittelpunkt (siehe Figur).

a) Berechnen Sie das elektrische Feld E_z auf der z-Achse als Funktion von z, und drücken sie es durch die gegebenen Grössen Q und R aus. *(1 Punkt)*
Hinweis: Berechnen Sie zuerst mit dem Gesetz von Coulomb den Beitrag dE_z zum Feld von einer differentiellen (punktförmigen) Ladung dQ auf dem Kreis, und integrieren Sie dann alle Beiträge über den Kreisring. Beachten Sie, dass aus Symmetriegründen das $\vec{E}$-Feld auf der z-Achse nur eine z-Komponente hat, die andern Komponenten addieren sich zu Null.

b) Geben Sie E_z für die Grenzfälle $|z| \ll R$ und $|z| \gg R$ an. *(1 Punkt)*

c) Wo auf der z-Achse ist E_z maximal? *(1 Punkt)*

d) Skizzieren Sie die Funktion E_z in Einheiten von $Q/(4\pi\varepsilon_0 R^2)$, d.h, $E_z \ / \ (Q/4\pi\varepsilon_0 R^2)$, als Funktion der Variablen $x \equiv z/R$ im Bereich $-4 \leq x \leq 4$. *(1 Punkt)*



1. $m = 1kg \quad r = 1m$

a) $F_Z \geq F_G \qquad \frac{mv^2}{r} \geq mg$

$$v^2 \geq rg$$

$$v \geq \sqrt{rg}$$

b) $W = -\Delta E_{pot} = mg2r$

Arbeit = Wieviel Energie umgewandelt wird.
Epot wird von mg2r auf 0 gesetzt um kin. Energie erhöhen.

c) $v_B = 5 m/s \qquad E_B = mg2r + \frac{1}{2} m v_B^2$

$E_A = \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow E_A = E_B \Rightarrow 2rg + \frac{v_B^2}{2} = \frac{v_A^2}{2}$

$$v_A = \pm\sqrt{4rg + v_B^2}$$

d) $F_S = F_G + F_Z = \frac{m v_A^2}{r} + mg$

2. $M_R = 200t \quad M_T = 300t \Rightarrow M_0 = 500t \quad R_E = 6380 km$

$\frac{dm}{dt} = 5000 kg/s \quad u = 2000 m/s \quad g = 9.81 \quad G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$

$M_E = 6 \cdot 10^{24} kg$ | a) bestimme F_{Schub} und T_V

$F_{Schub} = u \cdot \frac{dm}{dt} = 10'000 kN \qquad T_V = \frac{300'000}{5000} s = 60 s$

b) $F_{Schub} = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F_{Schub}}{m(t)} \Rightarrow a_0 = \frac{10'000'000}{500'000} \frac{m}{s^2} = 20 \frac{m}{s^2}$

$$a_0 = a_0 - g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$a_{T_V} = \frac{10'000'000}{200'000} = 50 \frac{m}{s^2} \Rightarrow a_{T_V} = 40 \frac{m}{s^2}$$

c) $m(t) = 200t + (300t - 5000 kg/s \cdot t) = 500'000 - 5000 t$

$$v(t) - v(0) = \int_0^t a \, dt = \int_0^t \frac{u \cdot \frac{dm}{dt}}{M(t)} dt - \int_0^t g \, dt = -u \int_{M_0}^{M_t} \frac{1}{M} dM - gt$$

$$= u \ln\left(\frac{M_0}{m(t)}\right) - gt$$

$$v(T_V) = v(60s) = u \cdot \ln\left(\frac{500'000}{200'000}\right) - g \cdot 60 \approx 1232 \frac{m}{s}$$

$$v_{Flucht} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

d) $T_V = 50s$ $u = 2000 m/s$

$$v_{Fl} = \sqrt{\frac{G M \cdot 2}{r}} = 354309 \frac{m}{s}$$

$$v(50s) = 354309 = u \ln\left(\frac{M_0}{M_0 - M(t)}\right) - g \cdot 50$$

$$= u \ln\left(\frac{M_0}{M_R}\right) - 50g$$

$$\Rightarrow e^{\frac{354309 + 50g}{2000}}$$

$$\frac{M_T + M_R}{M_R} = 1.10 \cdot 10^{77}$$

$$M_T + M_R = 1.1 M_R \cdot 10^{77}$$

$$M_T = 0.1 M_R \cdot 10^{77}$$

$$\Rightarrow \frac{M_T}{M_R} = \frac{0.1 \cdot 10^{77}}{\cancel{M_R}}$$

3. a)

$$m x'' = -D \cdot s \Rightarrow m \cdot x(t)'' = -2ks = -1 \frac{N}{cm} \cdot x(t)$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2k}{m}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{100 \frac{N}{m \cdot kg}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{10}} s$$ sekunde

b) $\cancel{x_0 = 2cm}$ $\cancel{x(t) = A \sin(2kx - \omega t)}$

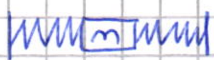
$$\cancel{= 0.2m \cdot \sin\left(100 \frac{N}{m} \cdot x_m - 100t\right)}$$

$$\cancel{\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}} = \sqrt{\frac{100}{1} \frac{1}{s^2}}}$$ $\cancel{= 0.2 \cdot \sin}$

$$\cancel{0.2m \cdot \sin(100t + \pi)}$$

3.b)

Gegeben: Masse zwischen zwei Federn



$m = 1\,kg$ Federkonst $k = 0.5\,\frac{N}{cm}$

Die Masse werde bei $x_0 = 2\,cm$ losgelassen.
Geben sie die Bewegungsgleichung $x(t)$ und die totale Energie $E_{tot} = E_{kin} + E_{Feder}$ an.

Vorgehen: Tatsächlich zum rechnen brauchbare Federkonstante $D = 2k = 1\frac{N}{cm} = 100\frac{N}{m}$

Auslenkung $x_0 = 2\,cm = 0.02\,m$

$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \delta)$

Phasenwinkel $\delta = \pi/2$ damit $\sin = 1$ bei $t = 0$

$\omega = \sqrt{\frac{D}{m}} = \sqrt{100\frac{N}{m \cdot kg}} = \sqrt{100\frac{1}{s^2}} = 10\,s^{-1}$

$\Rightarrow x(t) = 0.02\,m \cdot \sin(10t\,s^{-1} + \frac{\pi}{2})$

$\Rightarrow x'(t) = v(t) = 0.02 \cdot \sin'(10t + \frac{\pi}{2}) \cdot (10t + \frac{\pi}{2})'\ \frac{m}{s}$

$= 0.02 \cdot \cos(10t + \frac{\pi}{2}) \cdot 10 = 0.2\cos(10t + \frac{\pi}{2})\,\frac{m}{s}$

$\Rightarrow v_{max} = 0.2 \cdot 1 = 0.2\,\frac{m}{s}$

$\Rightarrow E_{kin} = \frac{1}{2} v_{max}^2\, m = \frac{0.2^2}{2}\,J$

und bei v_{max} ist die Feder Entspannt $\Rightarrow E_{pot} = 0$

$\Rightarrow E_{tot} = E_{kin} + 0 = 0.02\,J$

3.c) ~~$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{0.5^2}{2} J = E_{tot}$~~

~~$E_{tot} = E_{Feder} = \frac{1}{2} D A^2$~~

~~$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{0.5^2}{D}} = \sqrt{\frac{0.5^2}{50} \frac{m^2 \cdot m \cdot s^2 \cdot kg}{s^2 \cdot kg \cdot m^2}} = 0.07 \, m$~~

3.d) $x(t) = x_0 \sin(\omega t + \delta)$

$v(t) = x_0 \omega \cancel{\sin(\omega} \cos(\omega t + \delta)$

$x_0 \omega \cos(\delta) = 0.1 \, m/s$

$x_0 \sin(\delta) = 2 cm = 0.02 m \Rightarrow x_0 = \frac{0.02}{\sin(\delta)} m$

$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}} \Rightarrow 0.02 \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \cos(\delta) = 0.1 \cdot \sin(\delta)$

$\Rightarrow \sqrt{k} \cos(\delta) = 20 \sin(\delta) \Rightarrow \sqrt{\frac{100}{1}} \cdot \frac{1}{20} = \frac{\sin(\delta)}{\cos(\delta)}$

$\Rightarrow \delta = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{100}}{20}\right) = \cancel{0.33980}$ rad
0.463640

$\Rightarrow x_0 = 0.06 \, m$

Das Prinzip ist einfach das gleichungssystem zu lösen.

3. c)

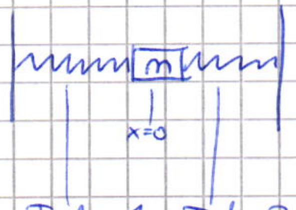
$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \delta)$

$v(t) = x'(t) = A\omega \cdot \cos(\omega t + \delta)$

$a(t) = v'(t) = -A\omega^2 \cdot \sin(\omega t + \delta)$

1 kg $0.5 \frac{N}{cm}$

Gegeben: m, k



Feder 1 = Feder 2

Federkonst = k => rechne mit 2k für zwei Federn

Geschwindigkeit bei $x=0$ ist gegeben als $v_0 = 0.5 \, m/s$

Geschwindigkeit hat maximum bei $x=0 \Rightarrow a(x=0) = 0$

Wenn $a=0$ und $v \neq 0$ muss $\sin(\omega t + \delta) = 0$ sein

Also ist $(\omega t + \delta) = 0 \Rightarrow \cos(\omega t + \delta) = 1 \Rightarrow v(t) = A\omega$ bei $x=0$

$\Rightarrow$ Amplitude $A = \frac{v_0}{\omega} = \frac{v_0}{\frac{2k}{m}} = \frac{0.5 \cdot 1}{1} = 0.5$ ~~cm~~

50

Andererseits ist E_{kin} maximal bei ~~x~~ $x=0$

$E_{kin} = \frac{1}{2} m v_0^2 \qquad E_{pot} = 0$

Und bei $x = A$ ist E_{pot} maximal mit $E_{kin} = 0$

$E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot (2k) \cdot A^2$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2k \cdot A^2 \Rightarrow \cancel{A = \sqrt{\frac{2k}{m}}} \quad A = \sqrt{\frac{m v_0^2}{2k}}$

$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{1 \cdot 0.5^2}{2 \cdot 0.5}} = \sqrt{\frac{1}{2} 0.5} = \frac{1}{2}$

50

Orange markiert ist Rechnung mit $\frac{N}{m}$ statt $\frac{N}{cm}$

4. idealos Gas $\Rightarrow \gamma = \frac{5}{3}$

$T_A = 200°C = 473.15°K$ $\quad p_A = 5$ bar $\quad V_A = 20\,\ell = 0.02\,m^3$

$V_B = 2V_A$ $\quad \Delta Q_B = 200°C = 473.15°K$

$T_C = T_{Kühl}$ $\quad V_C = V_B = 2V_A$ $\quad T_{warm} = 200°C$

D: adiabatisch nach zustand A

$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}\ J/K$ $\quad R = 8.314\ J/mol$

a) $pV = Nk_BT \Rightarrow N = \frac{pV}{k_BT} = 1.53 \cdot 10^{24}$ Molekühle

$C_V = \frac{3}{2} Nk_B = 31.7\ \frac{J}{K}$

b) $dU = konst = dQ + dW \Rightarrow -dW = dQ = -\int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \cancel{60}\,6960\,J$

c) $T_C = T_A \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{3}} = 298.0°K$

d) $W = Q_1 - Q_2 = 1412\,J$

5. $h = 20\,km$ $\quad p = 1000\ \frac{MeV}{c}$ $\quad m = 105.7\ \frac{MeV}{c^2}$ $\quad c = 3 \cdot 10^8\ m/s$

a) $E = (\gamma mc^2 =) = \sqrt{m^2c^4 + p^2c^2} = mc^2 + pc = \ldots$

$E_{kin} = E - mc^2 = pc = \ldots$

b) $\beta = \frac{pc}{E_{tot}} = 0.99446\,c$ $\quad \Delta t = \ldots$ $\quad \Delta t' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,t$

$\beta = \frac{v}{c}$

c) Im system des Myons ist das Myon in Ruhe $\Rightarrow$ Abstand $= 0$

$(\Delta s)^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = \ldots$

d) $V_{Myon} = V$ von vorher minus $0.5c$

$\Delta t' = \frac{\gamma(c\Delta t - \beta x)}{c}$